

# KARTY KURSÓW

STUDIA NIESTACJONARNE PIERWSZEGO STOPNIA

MATEMATYKA

od roku akademickiego 2023/2024

## Spis treści

<b>Semestr 1</b> .....	<b>3</b>
Wstęp do logiki i teorii mnogości .....	3
Algebra liniowa 1 .....	8
Algorytmy w matematyce .....	12
Ochrona własności intelektualnej .....	16
Podstawy matematyki wyższej .....	20
<b>Semestr 2</b> .....	<b>25</b>
Analiza matematyczna 1 .....	25
Geometria elementarna .....	30
Algebra liniowa 2 .....	35
Język obcy .....	39
<b>Semestr 3</b> .....	<b>40</b>
Analiza matematyczna 2 .....	40
Topologia .....	45
Język obcy .....	50
<b>Semestr 4</b> .....	<b>51</b>
Analiza matematyczna 3 .....	51
Rachunek prawdopodobieństwa .....	57
Algebra abstrakcyjna 1 .....	62
Język obcy .....	67
<b>Semestr 5</b> .....	<b>68</b>
Wstęp do równań różniczkowych .....	68
Algebra abstrakcyjna 2 .....	74
Seminarium dyplomowe I .....	79
Elementy statystyki matematycznej .....	83
Angielska terminologia w algebrze i geometrii .....	88
<b>Semestr 6</b> .....	<b>94</b>
Geometria .....	94
Podstawy przedsiębiorczości .....	99
Seminarium dyplomowe II .....	104
Matematyka dyskretna .....	108
Angielska terminologia w analizie matematycznej .....	113

# Semestr 1

## Wstęp do logiki i teorii mnogości

### KARTA KURSU

Nazwa	Wstęp do logiki i teorii mnogości
Nazwa w j. ang.	Introduction to Logic and Set Theory

Koordynator	Kierownik Katedry Edukacji i Podstaw Matematyki	Zespół dydaktyczny
		Katedra Edukacji i Podstaw Matematyki
Punktacja ECTS*	8	

#### Opis kursu (cele kształcenia)

Poznanie elementów logiki matematycznej i teorii mnogości, w tym podstawowych pojęć matematycznych stosowanych w różnych działach matematyki. Kształcenie umiejętności w zakresie precyzyjnego języka matematycznego, zapisu symbolicznego i posługiwania się językiem teorii zbiorów w rozumowaniach matematycznych.

#### Warunki wstępne

Wiedza	Wiedza z matematyki wymagana do egzaminu maturalnego na poziomie co najmniej podstawowym
Umiejętności	Umiejętności z matematyki wymagane do egzaminu maturalnego na poziomie co najmniej podstawowym
Kursy	

## Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 w zaawansowanym stopniu zna podstawowe twierdzenia z głównych działów matematyki i rozumie budowę teorii matematycznych	K_W01
	W02 zna wybrane pojęcia z rachunku zdań i rachunku kwantyfikatorów, w tym tautologie rachunku zdań i prawa rachunku kwantyfikatorów, zna zasadę indukcji matematycznej oraz jej zastosowania	K_W04
	W03 zna sposoby określania zbioru oraz pojęcia algebry zbiorów i prawa rachunku zbiorów, zna pojęcia zbiorów równolicznych oraz przeliczalnych i nieprzeliczalnych	K_W05
	W04 zna i rozumie pojęcie relacji, w tym pojęcia relacji równoważności i relacji porządkujących oraz ich zastosowania, zna pojęcie funkcji jako relacji i podstawowe własności funkcji, w tym własności obrazu i przeciwobrazu zbioru poprzez funkcję	K_W06

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	U01 potrafi posługiwać się językiem i twierdzeniami z głównych działów matematyki	K_U01
	U02 posługuje się rachunkiem zdań i kwantyfikatorów; umie stosować system logiki klasycznej do częściowych formalizacji niektórych teorii matematycznych	K_U02
	U03 umie prowadzić dowody metodą indukcji matematycznej, potrafi definiować rekurencyjnie funkcje i relacje, potrafi definiować obiekty matematyczne drogą konstruowania struktur ilorazowych lub produktów kartezyjskich	K_U03
	U04 rozróżnia rodzaje nieskończoności i typy porządków w zbiorach, umie operować pojęciem liczby rzeczywistej; zna przykłady liczb niewymiernych i przestępnych	K_U04

Kompetencje społeczne	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
	K01 zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie znaczenie wiedzy w rozwiązywaniu problemów teoretycznych i praktycznych	K_K01
K02 potrafi formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania	K_K02	

Organizacja									
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach							
		A	K	L	S	P	E		
Liczba godzin	18	0	27	0	0	0	0	0	0

## Opis metod prowadzenia zajęć

Wykład tradycyjny metodą z użyciem urządzeń multimedialnych. Ćwiczenia: dyskusja nad rozwiązaniem zadań, praca z tekstem matematycznym, wspólna analiza popełnionych błędów w sprawdzianach pisemnych. Konsultacje.

## Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny*	Projekt grupowy*	Udział w dyskusji	Referat*	Praca pisemna (esej)*	Egzamin ustny**	Egzamin pisemny**	Inne
W01						X	X	X	X	X	X	X	X
W02						X		X		X	X	X	X
W03						X		X	X	X	X	X	X
W04						X		X	X	X	X	X	X
U01						X	X	X	X	X	X	X	
U02						X		X		X	X	X	
U03						X		X	X	X	X	X	
U04						X		X		X	X	X	
K01						X		X					
K02						X		X					

\*,\*\* formy sprawdzania zostaną wybrane na początku semestru przez koordynatora i zespół dydaktyczny

Kryteria oceny	<p>Podstawą zaliczenia wykładu jest uzyskanie zaliczenia z ćwiczeń. Ćwiczenia będą zaliczane na podstawie sprawdzianów pisemnych i aktywności. Szczegółowe warunki zaliczenia ćwiczeń (ilość sprawdzianów, oceny z odpowiedzi ustnych) określa zespół prowadzący przedmiot.</p> <p>Podstawą zaliczenia wykładu i warunkiem przystąpienia do egzaminu jest uzyskanie zaliczenia z ćwiczeń.</p> <p>Egzamin końcowy składa się z części pisemnej (zadania) i ustnej (teoria). Ocena niedostateczna z części pisemnej oznacza niezaliczenie przedmiotu w pierwszym terminie.</p>
----------------	--

Uwagi	Obecność na ćwiczeniach i wykładach jest obowiązkowa.
-------	---

### Treści merytoryczne (wykaz tematów)

<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Elementy logiki matematycznej: rachunek zdań i kwantyfikatorów. Reguły dowodzenia, w tym reguła dowodzenia nie wprost.</li> <li>2. Aksjomatyka Peano liczb naturalnych i indukcja matematyczna.</li> <li>3. Algebra zbiorów: element zbioru, sposoby określania zbioru, podzbiór, zbiór potęgowy, prawa rachunku zbiorów, sumy i iloczyny rodzin zbiorów (w tym nieskończonych).</li> <li>4. Para uporządkowana i iloczyn kartezyjski zbiorów. Relacje: dziedzina i przeciwdziedzina, składanie relacji, relacja odwrotna. Własności relacji: zwrotność, przeciwzwrotność, symetryczność, przeciwsymetryczność, antysymetryczność, przechodniość i spójność.</li> <li>5. Relacje równoważności: klasy abstrakcji, zbiór ilorazowy, relacja równoważności a podział zbioru, zastosowanie relacji równoważności do tworzenia pojęć abstrakcyjnych. Konstrukcja liczb całkowitych i wymiernych.</li> <li>6. Zbiory częściowo i liniowo uporządkowane: elementy wyróżnione, porządek gęsty ciągły i dobry.</li> <li>7. Funkcje jako relacje: obraz i przeciwobraz zbioru poprzez funkcję, składanie funkcji, funkcja odwrotna, iniekcja, suriekcja, bijekcja.</li> <li>8. Zbiory równoliczne. Liczby kardynalne. Zbiory przeliczalne i nieprzeliczalne. Zbiory mocy continuum.</li> </ol>
---

### Wykaz literatury podstawowej

<ol style="list-style-type: none"> <li>1. A. Chronowski, Elementy teorii mnogości, WN AP, Kraków 2000.</li> <li>2. A. Chronowski, Zadania z elementów teorii mnogości i logiki matematycznej, Wydawnictwo „Dla szkoły”, Wilkowice 1999.</li> </ol>
--

### Wykaz literatury uzupełniającej

<ol style="list-style-type: none"> <li>1. J. Cichoń, Wykłady ze wstępu do matematyki, Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław 2003.</li> <li>2. W. Guzicki, P. Zakrzewski, Wstęp do matematyki. Zbiór zadań, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2005.</li> <li>3. W. Guzicki, P. Zakrzewski, Wykłady ze wstępu do matematyki, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2005.</li> <li>4. K. Kuratowski, Wstęp do teorii mnogości i topologii, PWN, Warszawa 2004.</li> <li>5. W. Marek, J. Onyszkiewicz, Elementy logiki i teorii mnogości w zadaniach, PWN, Warszawa 2006.</li> <li>6. R. Murawski, K. Świrydowicz, Wstęp do teorii mnogości, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 2006.</li> <li>7. H. Rasiowa, Wstęp do matematyki współczesnej, PWN, Warszawa 2007</li> </ol>
---

## Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	18
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	27
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	22
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	48
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	10
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	10
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	65
Ogółem bilans czasu pracy		200
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		8

# Algebra linowa 1

## KARTA KURSU

Nazwa	Algebra linowa 1
Nazwa w j. ang.	Linear Algebra 1

Koordynator	Kierownik Katedry Geometrii i Algebry	Zespół dydaktyczny
		Katedra Geometrii i Algebry
Punktacja ECTS*	9	

### Opis kursu (cele kształcenia)

Zapoznanie z podstawami teorii przestrzeni i odwzorowań liniowych.

### Warunki wstępne

Wiedza	Ma wiadomości wymagane przy egzaminie maturalnym z matematyki na poziomie co najmniej podstawowym.
Umiejętności	Prowadzenia elementarnych rozumowań, posługiwania się pojęciem liczby rzeczywistej, liczby wymiernej i niewymiernej, rozwiązywania równań i nierówności oraz ich układów.
Kursy	



## Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 w zaawansowanym stopniu zna podstawowe twierdzenia z głównych działów matematyki i rozumie budowę teorii matematycznych	K_W01
	W02 rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także pojęcie istotności założeń twierdzenia	K_W02
	W03 zna przykłady ilustrujące konkretne pojęcia matematyczne, jak i rozumowania pozwalające obalić błędne hipotezy	K_W03
	W04 zna pojęcie układu równań liniowych oraz metody rozwiązywania układów równań liniowych, zna pojęcie wyznacznika macierzy, jego własności i zastosowania	K_W18
	W05 zna pojęcia przestrzeni liniowej, jej bazy i odwzorowania liniowego, zna pojęcie wartości własnej, wektora własnego i podprzestrzeni niezmienniczej oraz ich zastosowania, rozumie sens geometryczny tych pojęć	K_W19

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	U01 potrafi posługiwać się językiem i twierdzeniami z głównych działów matematyki	K_U01
	U02 posługuje się pojęciami: przestrzeni liniowej, wektora, bazy przestrzeni liniowej, przekształcenia liniowego, macierzy, umie obliczać wyznaczniki i zna ich własności; potrafi podać: interpretacje geometryczne wartości bezwzględnej wyznaczników drugiego i trzeciego stopnia, zna przykłady wykorzystywania wyznaczników w analizie matematycznej	K_U12
	U03 rozwiązuje układy równań liniowych, potrafi posłużyć się geometryczną interpretacją rozwiązań	K_U13

Kompetencje społeczne	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
	K01 zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie znaczenie wiedzy w rozwiązywaniu problemów teoretycznych i praktycznych	K_K01
K02 potrafi formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania	K_K02	

Organizacja									
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach							
		A	K	L	S	P	E		
Liczba godzin	17	0	33	0	0	0	0	0	0

## Opis metod prowadzenia zajęć

Wykład. Zadania tablicowe i domowe. Konsultacje.

## Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny*	Projekt grupowy*	Udział w dyskusji	Referat*	Praca pisemna (esej)*	Egzamin ustny**	Egzamin pisemny**	Inne
W01								X	X	X			X
W02								X	X	X			X
W03								X	X	X			X
W04								X		X			X
W05								X		X			X
U01								X	X	X			
U02								X		X			
U03								X		X			
K01								X					
K02								X					

\*,\*\* formy sprawdzania zostaną wybrane na początku semestru przez koordynatora i zespół dydaktyczny

Kryteria oceny	Podstawą zaliczenia jest aktywny udział w zajęciach, w tym w wykładzie, oraz uzyskanie określonej liczby punktów z prac pisemnych i aktywności.
----------------	---

Uwagi	
-------	--

### Treści merytoryczne (wykaz tematów)

Układy równań liniowych. Eliminacja Gaussa. Odwzorowania liniowe. Przestrzenie i podprzestrzenie liniowe. Przestrzeń dualna. Ziory wektorów liniowo niezależnych, bazy. Endomorfizmy liniowe. Permutacje. Wyznacznik. Teoria Jordana. Podprzestrzenie niezmiennicze. Ortogonalność. Formy dwuliniowe. Rozkład macierzy kwadratowych

### Wykaz literatury podstawowej

1. M. Ptak, K. Gryszka, B. Hejmej, Algebra liniowa – notatki do wykładu z zadaniami, Wyd. Szkolne OMEGA, Kraków 2019.

### Wykaz literatury uzupełniającej

1. A. I. Kostykin, Wstęp do Algebry. Algebra liniowa, PWN Warszawa 2004.  
 2. G. Banaszak, W. Gajda, Elementy algebry liniowej, cz. I i II, WNT Warszawa 2002.  
 3. P. Knabner, W. Barth, Lineare Algebra: Grundlagen und Anwendungen, Springer 2013.  
 4. T. Jurlewicz, Z. Skoczylas, Algebra liniowa 1 i 2, Oficyna Wyd. GiS Wrocław 2002.  
 5. J. Rutkowski, Algebra liniowa w zadaniach, PWN Warszawa 2012.  
 6. I. Nabałek, Zadania z algebry liniowej, WNT Warszawa 2006.

### Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	17
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	33
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	25
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	70
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	10
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	0
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	70
Ogółem bilans czasu pracy		225
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		9

## Algorytmy w matematyce

### KARTA KURSU

Nazwa	Algorytmy w matematyce
Nazwa w j. ang.	Algorithms in mathematics

Koordynator	Kierownik Katedry Zastosowań Matematyki	Zespół dydaktyczny
		Katedra Analizy Matematycznej i Zastosowań
Punktacja ECTS*	7	

#### Opis kursu (cele kształcenia)

Celem kursu jest zapoznanie studentów matematyki z zagadnieniami algorytmiki oraz programowaniem w wybranym języku programowania.

#### Warunki wstępne

Wiedza	Podstawowa wiedza informatyczna wyniesiona z dotychczasowej edukacji.
Umiejętności	Umiejętności informatyczne objęte kursem informatyki szkolnej.
Kursy	

#### Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 zna podstawy technik obliczeniowych i programowania, wspomagających pracę matematyka i rozumie ich ograniczenia	K_W31
	W02 zna obowiązujące zasady bezpieczeństwa i higieny pracy oraz podstawowe pojęcia i zasady z zakresu ochrony prawa autorskiego	K_W38

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	U01 rozpoznaje problemy, w tym zagadnienia praktyczne, które można rozwiązać algorytmicznie; potrafi dokonać specyfikacji takich problemów	K_U24
	U02 umie ułożyć i analizować algorytm zgodny ze specyfikacją i zapisać go w wybranym języku programowania, potrafi skompilować, uruchomić i testować napisany samodzielnie lub w zespole program komputerowy	K_U25
	U03 potrafi planować i organizować pracę indywidualną, jest świadomy znaczenia systematycznej pracy nad projektami, które mają długofalowy charakter	K_U32

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Kompetencje społeczne	K01 wykazuje gotowość do wypełniania zobowiązań społecznych i uczestniczenia w działaniach na rzecz interesu publicznego związanych z charakterem pracy typowej dla absolwentów studiów na kierunku matematyka	K_K03
	K02 jest przekonany o znaczącej roli etyki w działalności zawodowej i prowadzeniu działalności gospodarczej, rozumie i docenia znaczenie uczciwości intelektualnej w działaniach własnych i innych osób	K_K06

Organizacja												
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach										
		A		K		L		S		P		E
Liczba godzin	7	0		0		18		0		0		15

### Opis metod prowadzenia zajęć

Na wykładzie omówione zostaną podstawowe problemy z zakresu programowania. Ćwiczenia prowadzone w laboratorium będą służyły nabyciu i pogłębieniu wiedzy. Część e-learningowa będzie polegała na samodzielnym pisaniu i wysyłaniu programów, będą one podlegały automatycznej ocenie. Podczas zajęć będą wykorzystywane indywidualne konta studentów na serwerze IM-Student.

## Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny*	Projekt grupowy*	Udział w dyskusji	Referat*	Praca pisemna (esej)*	Egzamin ustny**	Egzamin pisemny**	Inne
W01	X					X	X						X
W02	X												X
U01	X					X	X						
U02	X					X							
U03	X					X							
K01							X						
K02	X					X							

\*,\*\* formy sprawdzania zostaną wybrane na początku semestru przez koordynatora i zespół dydaktyczny

Kryteria oceny	<p>Zaliczenie ćwiczeń na podstawie bieżącej pracy w semestrze i oddanych projektów. Projekty o zróżnicowanym stopniu trudności będą zadawane na każdym ćwiczeniu.</p> <p>Zaliczenie części zdalnej na podstawie oddanych projektów.</p> <p>Zaliczenie z wykładu na podstawie zaliczenia ćwiczeń i części zdalnej.</p> <p>Projekty sprawdzane będą metodą blackbox pod kątem poprawnego działania na wybranych testach.</p> <p>Poddawane będą zautomatyzowanej weryfikacji pod kątem samodzielności rozwiązań.</p>
----------------	---

Uwagi	<p>Stwierdzenie braku samodzielności w jakimkolwiek zadaniu indywidualnym skutkuje niezaliczeniem ćwiczeń lub elearningu.</p> <p>Przedmiot będzie synchronizowany z przedmiotem Informatyka na studiach stacjonarnych.</p>
-------	--

## Treści merytoryczne (wykaz tematów)

<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Elementy algorytmiki: pojęcie algorytmu, typowe problemy algorytmiczne, podstawowe cechy algorytmu</li> <li>2. Syntaktyczne aspekty języka C++: Przestrzenie nazw, funkcja main, operatory, instrukcje warunkowe, pętle, procedury, funkcje, biblioteki, przestrzenie nazw</li> <li>3. Życie programu</li> <li>4. Algorytm a język programowania – wzajemne zależności</li> <li>5. Wybrane klasyczne algorytmy: sortowanie, algorytmy grafowe,...</li> <li>6. Podstawy złożoności obliczeniowej</li> </ol>
--

## Wykaz literatury podstawowej

<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <a href="http://www.algorytm.edu.pl/">http://www.algorytm.edu.pl/</a></li> <li>2. Piotr Wróblewski, Algorytmy, struktury danych i techniki programowania. Wydanie V, Helion, 2015.</li> <li>3. Jon Bentley, Perełki programowania. Wydanie II, Helion.</li> <li>4. Lech Banachowski, Krzysztof Diks, Wojciech Rytter, Algorytmy i struktury danych, PWN.</li> <li>5. Niklaus Wirth, Algorytmy + struktury danych = programy, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne.</li> </ol>
---

## Wykaz literatury uzupełniającej

1. Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson, Ronald Rivest, Clifford Stein, Wprowadzenie do Algorytmów, Wydawnictwa Naukowe PWN.
2. Dokumentacja na stronie <http://www.cplusplus.com/>

## Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	7
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	33
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	19
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	66
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	0
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	40
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	10
Ogółem bilans czasu pracy		175
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		7

## Ochrona własności intelektualnej

### KARTA KURSU

Nazwa	Ochrona własności intelektualnej
Nazwa w j. ang.	

Koordynator		Zespół dydaktyczny
Punktacja ECTS*	1	

#### Opis kursu (cele kształcenia)

Po odbyciu kursu student zna i rozumie podstawowe zasady, cele i regulacje prawne dotyczące ochrony własności intelektualnej oraz rozumie konsekwencje nieprzestrzegania praw chroniących własność intelektualną. Rozumie prawne i praktyczne aspekty związane z prawem własności przemysłowej, patentami i licencjami.

#### Warunki wstępne

Wiedza	
Umiejętności	
Kursy	

#### Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 zna obowiązujące zasady bezpieczeństwa i higieny pracy oraz podstawowe pojęcia i zasady z zakresu ochrony prawa autorskiego	K_W38



	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	U01 potrafi planować i organizować pracę indywidualną, jest świadomy znaczenia systematycznej pracy nad projektami, które mają długofalowy charakter	K_U32

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Kompetencje społeczne	K01 jest przekonany o znaczącej roli etyki w działalności zawodowej i prowadzeniu działalności gospodarczej, rozumie i docenia znaczenie uczciwości intelektualnej w działaniach własnych i innych osób	K_K06

Organizacja												
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach										
		A		K		L		S		P		E
Liczba godzin	0	0		0		0		0		0		15

## Opis metod prowadzenia zajęć

Zajęcia odbywają się w formie zdalnej za pośrednictwem uczelnianej platformy Moodle.

## Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny*	Projekt grupowy*	Udział w dyskusji	Referat*	Praca pisemna (esej)*	Egzamin ustny**	Egzamin pisemny**	Inne
W01	X												X
U01	X												
K01	X												

\*,\*\* formy sprawdzania zostaną wybrane na początku semestru przez koordynatora i zespół dydaktyczny

Kryteria oceny	Zaliczenie na podstawie pozytywnego wyniku testu generowanego po zakończeniu kursu na platformie.
----------------	---

Uwagi	
-------	--

## Treści merytoryczne (wykaz tematów)

<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Monopole intelektualne</li> <li>2. Źródła praw na dobrach niematerialnych</li> <li>3. Zakres przedmiotowy prawa autorskiego: utwory, rodzaje utworów, prawa pokrewne</li> <li>4. Zakres podmiotowy prawa autorskiego</li> <li>5. Autorskie prawa osobiste</li> <li>6. Autorskie prawa majątkowe</li> <li>7. Okres ochrony utworu</li> <li>8. Domena publiczna</li> <li>9. Dozwolony użytek prywatny</li> <li>10. Dozwolony użytek publiczny</li> <li>11. Prawo cytatu</li> <li>12. Plagiat</li> <li>13. Odpowiedzialność za naruszenie praw autorskich</li> <li>14. Umowa o przekazaniu praw i umowa licencyjna</li> <li>15. Umowy licencyjne</li> <li>16. Wolne licencje</li> <li>17. Creative Commons</li> <li>18. Ruch Wolnej Kultury (historia, założenia, aktualny stan)</li> <li>19. Organizacje zbiorowego zarządzania prawami autorskimi i pokrewnymi</li> <li>20. Pojęcie własności przemysłowej</li> <li>21. Prawa własności przemysłowej</li> <li>22. Ograniczenia dotyczące praw własności przemysłowej</li> <li>23. Rejestracja praw własności przemysłowej</li> <li>24. Międzynarodowa ochrona własności przemysłowej</li> <li>25. Umowy o przeniesienie praw własności przemysłowej oraz umowy licencyjne</li> <li>26. Naruszenie praw własności przemysłowej</li> <li>27. Bazy danych</li> <li>28. Zwalczanie nieuczciwej konkurencji</li> </ol>
--

## Wykaz literatury podstawowej

1. Ochrona własności intelektualnej, Michniewicz Grzegorz, 2010, C.H. Beck
2. Środki ochrony praw własności intelektualnej, Podrecki Paweł, 2010, LexisNexis
3. Ustawa z dnia 4 lutego 1994 r. o prawie autorskim i prawach pokrewnych (Dz. U. z 1994 r. Nr 24, poz. 83)

## Wykaz literatury uzupełniającej

1. Traple Elżbieta, Umowy o eksploatację utworów w prawie polskim, 2010
2. Kostański Piotr, Żelechowski Łukasz, Prawo własności przemysłowej, Warszawa, 2014
3. Podrecki Paweł, Środki ochrony prawa własności intelektualnej, Warszawa, 2010
4. Szewc Andrzej, Naruszenie własności przemysłowej, Warszawa, 2003
5. Barta Janusz, Markiewicz Ryszard, Ustawa o ochronie baz danych. Komentarz, Warszawa, 2002 z suplementem
6. Ustawa o zwalczaniu nieuczciwej konkurencji. Komentarz, pod red. Janusza Szwai, Warszawa, 2006

## Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	0
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	15
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	0
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	0
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	0
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	0
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	10
Ogółem bilans czasu pracy		25
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		1

## Podstawy matematyki wyższej

### KARTA KURSU

Nazwa	Podstawy matematyki wyższej
Nazwa w j. ang.	Introduction to Graduate Mathematic

Koordynator	Kierownik Katedry Geometrii i Algebry	Zespół dydaktyczny
		Katedra Geometrii i Algebry
Punktacja ECTS*	5	

#### Opis kursu (cele kształcenia)

Przypomnienie elementów matematyki szkolnej z kursu rozszerzonego. Poznanie elementów teorii mnogości, analizy matematycznej i algebry liniowej, w tym podstawowych pojęć matematycznych stosowanych w różnych działach matematyki. Kształcenie umiejętności w zakresie precyzyjnego języka matematycznego, zapisu symbolicznego, formułowaniu twierdzeń i redagowaniu dowodów.

#### Warunki wstępne

Wiedza	Wiedza z matematyki wymagana do egzaminu maturalnego na poziomie co najmniej podstawowym.
Umiejętności	Umiejętności z matematyki wymagane do egzaminu maturalnego na poziomie co najmniej podstawowym.
Kursy	

## Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 zna przykłady ilustrujące konkretne pojęcia matematyczne, jak i rozumowania pozwalające obalić błędne hipotezy	K_W03
	W02 zna wybrane pojęcia z rachunku zdań i rachunku kwantyfikatorów, w tym tautologie rachunku zdań i prawa rachunku kwantyfikatorów, zna zasadę indukcji matematycznej oraz jej zastosowania	K_W04
	W03 zna własności algebraiczne i porządkowe w zbiorze liczb rzeczywistych, zna definicje kresów zbioru oraz aksjomat ciągłości i podstawowe jego konsekwencje	K_W07
	W04 zna definicje i twierdzenia dotyczące funkcji odwrotnej i złożonej oraz definicje oraz własności funkcji elementarnych, zna różne definicje granicy i ciągłości funkcji oraz własności tych pojęć	K_W08
	W05 zna aksjomatykę i podstawowe twierdzenia geometrii euklidesowej	K_W28

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	U01 posługuje się rachunkiem zdań i kwantyfikatorów; umie stosować system logiki klasycznej do częściowych formalizacji niektórych teorii matematycznych	K_U02
	U02 umie prowadzić dowody metodą indukcji matematycznej, potrafi definiować rekurencyjnie funkcje i relacje, potrafi definiować obiekty matematyczne drogą konstruowania struktur ilorazowych lub produktów kartezyjskich	K_U03
	U03 rozróżnia rodzaje nieskończoności i typy porządków w zbiorach, umie operować pojęciem liczby rzeczywistej; zna przykłady liczb niewymiernych i przestępnych	K_U04
	U04 posługuje się w różnych kontekstach pojęciem zbieżności i granicy; potrafi obliczać granice ciągów i funkcji, potrafi definiować funkcje z wykorzystaniem przejść granicznych i opisywać ich własności, potrafi badać zbieżność bezwzględną i warunkową szeregów	K_U05
	U05 potrafi wyjaśniać związki i relacje między matematyką elementarną a matematyką wyższą	K_U28

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Kompetencje społeczne	K01 potrafi formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania	K_K02

		Organizacja												
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach												
		A		K		L		S		P		E		
Liczba godzin	0	0		8		0		0		0		0		18

Opis metod prowadzenia zajęć

Zadania tablicowe, e-learning

## Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny*	Projekt grupowy**	Udział w dyskusji	Referat*	Praca pisemna (esej)*	Egzamin ustny**	Egzamin pisemny**	Inne
W01						X	X	X	X	X			X
W02						X		X		X			X
W03						X		X		X			X
W04						X		X	X	X			X
W05						X	X	X	X	X			X
U01						X		X		X			
U02						X		X	X	X			
U03						X		X		X			
U04						X		X	X	X			
U05						X	X	X	X	X			
K01						X		X					

\*,\*\* formy sprawdzania zostaną wybrane na początku semestru przez koordynatora i zespół dydaktyczny

Kryteria oceny	Podstawą zaliczenia przedmiotu jest aktywny udział w zajęciach i zdanie testów e-learningowych.
----------------	---

Uwagi	
-------	--

## Treści merytoryczne (wykaz tematów)

<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Liczby rzeczywiste</li> <li>2. Wyrażenia algebraiczne</li> <li>3. Równania i nierówności</li> <li>4. Funkcje</li> <li>5. Ciągi</li> <li>6. Trygonometria</li> <li>7. Planimetria</li> <li>8. Geometria w układzie współrzędnych</li> <li>9. Rachunek różniczkowy</li> </ol>
---

## Wykaz literatury podstawowej

<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Masłowska D. et al: Zbiór zadań i testów maturalnych do matury z matematyki – poziom rozszerzony.</li> <li>2. Dedykowane materiały na platformie edukacyjnej.</li> </ol>
--

## Wykaz literatury uzupełniającej

1. Rasiowa H.: Wstęp do matematyki

## Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	0
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	26
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	16
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	57
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	16
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	10
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	0
Ogółem bilans czasu pracy		125
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		5



## Semestr 2

## Analiza matematyczna 1

## KARTA KURSU

Nazwa	Analiza matematyczna 1	
Nazwa w j. ang.	Mathematical Analysis 1	
Koordynator	Kierownik Katedry Analizy Matematycznej i Zastosowań	Zespół dydaktyczny
		Katedra Analizy Matematycznej i Zastosowań
Punktacja ECTS*	9	

## Opis kursu (cele kształcenia)

Celem kursu jest zapoznanie studentów z podstawowymi pojęciami i twierdzeniami analizy matematycznej niezbędnymi do studiowania różnych działów matematyki oraz wprowadzenie ich w elementy metody matematycznej przez dowodzenie twierdzeń, konstrukcje przykładów i kontrprzykładów.

## Warunki wstępne

Wiedza	Ma wiadomości wymagane przy egzaminie maturalnym z matematyki na poziomie co najmniej podstawowym.
Umiejętności	<ol style="list-style-type: none"> <li>Potrafi posługiwać się pojęciem liczby rzeczywistej, liczby wymiernej i niewymiernej.</li> <li>Umie wyznaczać dziedzinę funkcji elementarnych, badać proste ich własności i rysować wykresy.</li> <li>Potrafi rozróżniać ciągi arytmetyczne i geometryczne, wyznaczać sumy n-początkowych wyrazów i wzór na n-ty wyraz tych ciągów.</li> <li>Potrafi rozwiązywać równania i nierówności oraz ich układy.</li> <li>Potrafi posługiwać się pojęciem wartości bezwzględnej.</li> </ol>
Kursy	

## Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 w zaawansowanym stopniu zna podstawowe twierdzenia z głównych działów matematyki i rozumie budowę teorii matematycznych	K_W01
	W02 rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także pojęcie istotności założeń twierdzenia	K_W02
	W03 zna przykłady ilustrujące konkretne pojęcia matematyczne, jak i rozumowania pozwalające obalić błędne hipotezy	K_W03
	W04 zna własności algebraiczne i porządkowe w zbiorze liczb rzeczywistych, zna definicje kresów zbioru oraz aksjomat ciągłości i podstawowe jego konsekwencje	K_W07
	W05 zna definicje i twierdzenia dotyczące funkcji odwrotnej i złożonej oraz definicje oraz własności funkcji elementarnych, zna różne definicje granicy i ciągłości funkcji oraz własności tych pojęć	K_W08
	W06 zna definicję ciągu liczbowego i jego granicy oraz podstawowe twierdzenia związane z tymi pojęciami, rozumie definicję granicy niewłaściwej oraz symboli nieoznaczonych, zna definicję szeregu liczbowego i podstawowe kryteria jego zbieżności, rozumie definicję szeregu zbieżnego bezwzględnie oraz szeregu zbieżnego warunkowo	K_W09
	W07 zna definicje i interpretacje geometryczną pochodnej funkcji jednej zmiennej oraz twierdzenia rachunku różniczkowego funkcji jednej zmiennej, dostrzega związek między różniczkowalnością a ciągłością funkcji	K_W10

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	U01 potrafi posługiwać się językiem i twierdzeniami z głównych działów matematyki	K_U01
	U02 umie prowadzić dowody metodą indukcji matematycznej, potrafi definiować rekurencyjnie funkcje i relacje, potrafi definiować obiekty matematyczne drogą konstruowania struktur ilorazowych lub produktów kartezyjskich	K_U03
	U03 rozróżnia rodzaje nieskończoności i typy porządków w zbiorach, umie operować pojęciem liczby rzeczywistej; zna przykłady liczb niewymiernych i przestępnych	K_U04
	U04 posługuje się w różnych kontekstach pojęciem zbieżności i granicy; potrafi obliczać granice ciągów i funkcji, potrafi definiować funkcje z wykorzystaniem przejść granicznych i opisywać ich własności, potrafi badać zbieżność bezwzględną i warunkową szeregów	K_U05
	U05 umie wykorzystać twierdzenia i metody rachunku różniczkowego funkcji jednej i wielu zmiennych w zagadnieniach związanych z optymalizacją, poszukiwaniem ekstremów lokalnych i globalnych oraz badaniem przebiegu zmienności funkcji, podając precyzyjne i ścisłe uzasadnienia poprawności swoich rozumowań	K_U06
	U06 potrafi wyjaśniać związki i relacje między matematyką elementarną a matematyką wyższą	K_U28
	U07 potrafi interpretować i wyjaśniać zależności funkcyjne, ujęte w postaci wzorów, tabel, wykresów, schematów i wykorzystywać je w zagadnieniach praktycznych	K_U30

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Kompetencje społeczne	K01 zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie znaczenie wiedzy w rozwiązywaniu problemów teoretycznych i praktycznych	K_K01
	K02 potrafi formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania	K_K02

Organizacja												
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach										
		A		K		L		S		P		E
Liczba godzin	17	0		33		0		0		0		0

## Opis metod prowadzenia zajęć

Wykład, ćwiczenia, zadania domowe, konsultacje

## Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny*	Projekt grupowy*	Udział w dyskusji	Referat*	Praca pisemna (esej)*	Egzamin ustny**	Egzamin pisemny**	Inne
W01						X	X	X	X	X	X	X	X
W02						X	X	X	X	X	X	X	X
W03						X	X	X	X	X	X	X	X
W04						X		X		X	X	X	X
W05						X		X	X	X	X	X	X
W06						X		X	X	X	X	X	X
W07						X		X	X	X	X	X	X
U01						X	X	X	X	X	X	X	
U02						X		X	X	X	X	X	
U03						X		X		X	X	X	
U04						X		X	X	X	X	X	
U05						X		X	X	X	X	X	
U06						X	X	X	X	X			
U07						X	X	X	X				
K01						X		X					
K02						X		X					

\*,\*\* formy sprawdzania zostaną wybrane na początku semestru przez koordynatora i zespół dydaktyczny

Kryteria oceny	<p>Ocena z ćwiczeń na podstawie wyników prac pisemnych i odpowiedzi ustnych.</p> <p>Warunkiem przystąpienia do egzaminu jest uzyskanie zaliczenia z wykładu i ćwiczeń. Zaliczenie z wykładu na podstawie obecności na wykładzie i udziału w dyskusji oraz zaliczenia kartkówki sprawdzających wiadomości z wykładu.</p> <p>Egzamin pisemny i ustny.</p>
----------------	---

Uwagi	
-------	--

## Treści merytoryczne (wykaz tematów)

1. Liczby rzeczywiste. Kresy zbiorów.
2. Odwzorowania. Składanie, odwracanie, obrazy i przeciwobrazy zbiorów. Podstawowe funkcje elementarne w dziedzinie rzeczywistej, ciągłości i podciągłości.
3. Teoria granic. Granica ciągu liczbowego. Granica dolna i górna ciągu liczbowego i funkcji rzeczywistej w punkcie.
4. Odwzorowania ciągłe i ich własności. Podstawowe funkcje elementarne w dziedzinie rzeczywistej, ich ciągłość i granice z nimi związane. Własność Darboux. Ciągłość jednostajna.
5. Rachunek różniczkowy funkcji zmiennej rzeczywistej. Interpretacja fizyczna i geometryczna pochodnej. Działania na funkcjach a pochodna. Twierdzenia o wartości średniej. Reguła de l'Hospitala. Asymptoty, badanie przebiegu zmienności funkcji.

## Wykaz literatury podstawowej

1. J. Banaś, S. Wędrychowicz, Zbiór zadań z analizy matematycznej, WN-T, Warszawa 1994.
2. W. Kołodziej, Analiza matematyczna, PWN, Warszawa 1978..
3. S. Spodzieja, Wykład z analizy matematycznej funkcji jednej zmiennej 2014 (manuskrypt), <https://math.uni.lodz.pl/~kfairr/Wyklad%20z%20analizy%20matematycznej/>.

## Wykaz literatury uzupełniającej

1. M. Gewert, Z. Skoczylas, Analiza matematyczna 1 Przykłady i zadania, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2017.
2. M. Gewert, Z. Skoczylas, Analiza matematyczna 2 Przykłady i zadania, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2016.
3. G. N. Berman, Zbiór zadań z analizy matematycznej, Wydawnictwo Pracowni Komputerowej Jacka Skalmierskiego, Gliwice 1999.
4. W. Kaczor, M. Nowak, Zadania z analizy matematycznej, cz. I, II, III Wydawnictwo UMCS, Lublin 1996.
5. W. Krysicki, L. Włodarski, Analiza matematyczna w zadaniach, cz. I, PWN, Warszawa 1994. 6. F. Leja, Rachunek różniczkowy i całkowy, PWN, Warszawa 1976.
7. W. Rudin, Podstawy analizy matematycznej, PWN, Warszawa 2019.

## Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	17
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	33
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	25
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	55
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	15
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	15
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	65
Ogółem bilans czasu pracy		225
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		9

## Geometria elementarna

### KARTA KURSU

Nazwa	Geometria elementarna
Nazwa w j. ang.	Elementary geometry

Koordynator	Kierownik Katedry Geometrii i Algebry	Zespół dydaktyczny
		Katedra Geometrii i Algebry
Punktacja ECTS*	9	

#### Opis kursu (cele kształcenia)

Zapoznanie studentów z elementarną geometrią płaską. Wykład obejmuje: aksjomatykę geometrii euklidesowej oraz jej weryfikację na modelu płaszczyzny rzeczywistej z kartezjańskim układem współrzędnych, podstawowe grupy przekształceń płaszczyzny, w tym inwersje oraz własności wielokątów i okręgów.

#### Warunki wstępne

Wiedza	Wiedza elementarna z matematyki, określona obowiązującym programem nauczania w szkole ponadpodstawowej w zakresie podstawowym.
Umiejętności	Umiejętność czytania ze zrozumieniem podręczników szkolnych z matematyki oraz wyszukiwania wiedzy.
Kursy	

## Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także pojęcie istotności założeń twierdzenia	K_W02
	W02 zna przykłady ilustrujące konkretne pojęcia matematyczne, jak i rozumowania pozwalające obalić błędne hipotezy	K_W03
	W03 zna i rozumie pojęcie relacji, w tym pojęcia relacji równoważności i relacji porządkujących oraz ich zastosowania, zna pojęcie funkcji jako relacji i podstawowe własności funkcji, w tym własności obrazu i przeciwobrazu zbioru poprzez funkcję	K_W06
	W04 zna i rozumie pojęcie iloczynu skalarnego oraz normy wektora oraz bazy ortogonalnej i ortonormalnej, zna pojęcia formy dwuliniowej i kwadratowej oraz pojęcie macierzy formy w bazie przestrzeni	K_W20
	W05 zna aksjomatykę i podstawowe twierdzenia geometrii euklidesowej	K_W28

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	U01 potrafi posługiwać się językiem i twierdzeniami z głównych działów matematyki	K_U01
	U02 posługuje się rachunkiem zdań i kwantyfikatorów; umie stosować system logiki klasycznej do częściowych formalizacji niektórych teorii matematycznych	K_U02
	U03 posługuje się pojęciami: przestrzeni liniowej, wektora, bazy przestrzeni liniowej, przekształcenia liniowego, macierzy, umie obliczać wyznaczniki i zna ich własności; potrafi podać: interpretacje geometryczne wartości bezwzględnej wyznaczników drugiego i trzeciego stopnia, zna przykłady wykorzystywania wyznaczników w analizie matematycznej	K_U12
	U04 potrafi stosować poznane twierdzenia geometrii euklidesowej do rozwiązywania problemów, umie wykonać wybrane konstrukcje geometryczne	K_U22

Kompetencje społeczne	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
	K01 potrafi formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozmowania	K_K02

Organizacja									
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach							
		A	K	L	S	P	E		
Liczba godzin	20	0	30	0	0	0	0	0	

### Opis metod prowadzenia zajęć

Wykład, na którym studenci poznają teoretyczne podstawy przedmiotu, są wdrażani w dowodzenie twierdzeń i analizują różne dowody wybranych twierdzeń elementarnej geometrii euklidesowej. Ćwiczenia polegają przede wszystkim na rozwiązywaniu zadań przy tablicy lub w grupach. Szczególny nacisk kładziony jest na zadania „na dowodzenie”.

### Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny*	Projekt grupowy*	Udział w dyskusji	Referat*	Praca pisemna (esej)*	Egzamin ustny**	Egzamin pisemny**	Inne
W01								X	X	X	X	X	X
W02								X	X	X	X	X	X
W03								X	X	X	X	X	X
W04								X		X	X	X	X
W05								X	X	X	X	X	X
U01								X	X	X	X	X	
U02								X		X	X	X	
U03								X		X	X	X	
U04								X	X	X	X	X	
K01								X					

\*,\*\* formy sprawdzania zostaną wybrane na początku semestru przez koordynatora i zespół dydaktyczny



Kryteria oceny	Zaliczenie ćwiczeń audytoryjnych na podstawie prac etapowych oraz oceny aktywnego udziału w zajęciach. Zaliczenie przedmiotu na podstawie zaliczenia ćwiczeń audytoryjnych oraz egzaminu, który może obejmować części weryfikacji efektów uczenia się w czasie zajęć, przed sesją.
----------------	--

Uwagi	Ekspozowanie na zajęciach możliwości i wartości dowodzenia wybranych twierdzeń geometrii elementarnej różnymi sposobami oraz rozwiązywanie zadań „rachunkowych” różnymi sposobami.
-------	--

### Treści merytoryczne (wykaz tematów)

<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Aksjomatyka geometrii euklidesowej i jej weryfikacja w modelu płaszczyzny rzeczywistej z kartezjańskim układem współrzędnych.</li> <li>2. Wektorowa notacja punktów i macierzowy zapis przekształceń płaszczyzny.</li> <li>3. Iloczyn skalarny i grupa izometrii płaszczyzny.</li> <li>4. Kąty i grupa podobieństw.</li> <li>5. Stosunek podziału odcinka. Grupa przekształceń afinicznych.</li> <li>6. Dwustosunek czwórki punktów i inwersja. Potęga punktu względem okręgu i prosta potęgowa.</li> <li>7. Podstawowe własności wielokątów oraz okręgów i relacje między nimi.</li> <li>8. Figury wypukłe. Związki miarowe w trójkątach.</li> <li>9. Podstawowe twierdzenia: Pitagorasa (proste i odwrotne), cosinusów, Talesa (proste i odwrotne), o dwusiecznej kąta trójkąta, twierdzenia Cevy i Menelaosa (proste i odwrotne), prosta Eulera i okrąg dziewięciu punktów. Twierdzenie o czworokącie wpisanym w okrąg i twierdzenie o czworokącie opisanym na okręgu. Twierdzenia Ptolemeusza.</li> </ol>
---

### Wykaz literatury podstawowej

<ol style="list-style-type: none"> <li>1. J. Szczawińska, J. Szpond, Geometria elementarna. Notatki do wykładu, Wydawnictwo Szkolne OMEGA, Kraków, 2019</li> </ol> <p>Własne materiały umieszczane na stronie internetowej wykładu.</p>
---

### Wykaz literatury uzupełniającej

<ol style="list-style-type: none"> <li>1. W. Bednarek, Zbiór zadań dla uczniów lubiących matematykę, (szkoła średnia), Gdańsk, 1995</li> <li>2. H.S.M. Coxeter, Wstęp do geometrii dawnej i nowej, PWN, Warszawa, 1967</li> <li>3. R. Doman, Wykłady z geometrii elementarnej, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań, 2001</li> <li>4. J. Górowski, A. Łomnicki, Planimetria, wyd. Kleks, Bielsko-Biała, 1996</li> <li>5. Z. Krygowska, Geometria, cz. I,II,IV, PZWS, Warszawa, 1971-75</li> <li>6. M. Małek, Zbiór zadań, cz. 1,2,3, GWO, Gdańsk, 1994-1998</li> </ol>
---

## Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	20
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	30
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	25
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	80
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	15
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	0
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	55
Ogółem bilans czasu pracy		225
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		9

## Algebra liniowa 2

### KARTA KURSU

Nazwa	Algebra liniowa 2
Nazwa w j. ang.	Linear Algebra 2

Koordynator	Kierownik Katedry Geometrii i Algebry	Zespół dydaktyczny
		Katedra Geometrii i Algebry
Punktacja ECTS*	9	

#### Opis kursu (cele kształcenia)

Przedstawienie elementów klasyfikacji endomorfizmów liniowych oraz zapoznanie z podstawowymi elementami teorii przestrzeni euklidesowych oraz przestrzeni afinicznych.

#### Warunki wstępne

Wiedza	Elementarne wiadomości o grupach, pierścieniach, ciałach i przestrzeniach wektorowych. Znajomość pojęć i twierdzeń związanych z macierzami i wyznacznikami.
Umiejętności	Rozpoznawanie struktur algebraicznych w znanych obiektach algebraicznych (permutacje, izometrie, podzbiory zbioru liczb rzeczywistych i zespolonych, macierze). Badanie liniowej niezależności układu wektorów i możliwości generowania podprzestrzeni. Obliczanie wyznaczników oraz wyznaczanie macierzy odwrotnej do macierzy odwracalnej. Wyznaczanie macierzy odwzorowania liniowego.
Kursy	Algebra liniowa 1

## Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 w zaawansowanym stopniu zna podstawowe twierdzenia z głównych działów matematyki i rozumie budowę teorii matematycznych	K_W01
	W02 rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także pojęcie istotności założeń twierdzenia	K_W02
	W03 zna przykłady ilustrujące konkretne pojęcia matematyczne, jak i rozumowania pozwalające obalić błędne hipotezy	K_W03
	W04 zna pojęcia przestrzeni liniowej, jej bazy i odwzorowania liniowego, zna pojęcie wartości własnej, wektora własnego i podprzestrzeni niezmienniczej oraz ich zastosowania, rozumie sens geometryczny tych pojęć	K_W19
	W05 zna i rozumie pojęcie iloczynu skalarnego oraz normy wektora oraz bazy ortogonalnej i ortonormalnej, zna pojęcia formy dwuliniowej i kwadratowej oraz pojęcie macierzy formy w bazie przestrzeni	K_W20

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	U01 potrafi posługiwać się językiem i twierdzeniami z głównych działów matematyki	K_U01
	U02 posługuje się pojęciami: przestrzeni liniowej, wektora, bazy przestrzeni liniowej, przekształcenia liniowego, macierzy, umie obliczać wyznaczniki i zna ich własności; potrafi podać: interpretacje geometryczne wartości bezwzględnej wyznaczników drugiego i trzeciego stopnia, zna przykłady wykorzystywania wyznaczników w analizie matematycznej	K_U12
	U03 znajduje macierze przekształceń liniowych w różnych bazach; oblicza wartości własne oraz wektory własne macierzy i potrafi wyjaśnić sens geometryczny tych pojęć	K_U14
	U04 dostrzega obecność struktur algebraicznych (grupy, pierścienia, ciała, przestrzeni liniowej) w różnych zagadnieniach matematycznych, potrafi posługiwać się pojęciami homomorfizmu, izomorfizmu i automorfizmu struktur algebraicznych	K_U15

Kompetencje społeczne	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
	K01 zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie znaczenie wiedzy w rozwiązywaniu problemów teoretycznych i praktycznych	
K02 potrafi formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania		K_K02

Organizacja									
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach							
		A	K	L	S	P	E		
Liczba godzin	20	0	30	0	0	0	0	0	0

## Opis metod prowadzenia zajęć

Wykłady -- częściowo prowadzone metodą odwróconej klasy. Ćwiczenia – zadania tablicowe i domowe. Konsultacje.

## Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny*	Projekt grupowy*	Udział w dyskusji	Referat*	Praca pisemna (esej)*	Egzamin ustny**	Egzamin pisemny**	Inne
W01								X	X	X	X	X	X
W02								X	X	X	X	X	X
W03								X	X	X	X	X	X
W04								X		X	X	X	X
W05								X		X	X	X	X
U01								X	X	X	X	X	
U02								X		X	X	X	
U03								X		X	X	X	
U04								X		X	X	X	
K01								X					
K02								X					

\*,\*\* formy sprawdzania zostaną wybrane na początku semestru przez koordynatora i zespół dydaktyczny

Kryteria oceny	Podstawą zaliczenia jest aktywny udział w zajęciach, w tym w wykładzie, oraz uzyskanie określonej liczby punktów z prac pisemnych i aktywności.
----------------	---

Uwagi	
-------	--

### Treści merytoryczne (wykaz tematów)

Endomorfizmy liniowe. Wartości i wektory własne. Permutacje. Wyznacznik. Teoria Jordana. Podprzestrzenie niezmiennicze. Ortogonalność. Formy dwuliniowe. Rozkład macierzy kwadratowych.

### Wykaz literatury podstawowej

1. T. Szemberg: Algebra liniowa, skrypt udostępniany podczas zajęć.
2. M. Ptak, K. Gryszka, B. Hejmej, Algebra liniowa – notatki do wykładu z zadaniami, Wyd. Szkolne OMEGA, Kraków 2019.

### Wykaz literatury uzupełniającej

1. A. I. Kostykin, Wstęp do Algebry. Algebra liniowa, PWN Warszawa 2004.
2. G. Banaszak, W. Gajda, Elementy algebry liniowej, cz. I i II, WNT Warszawa 2002.
3. P. Knabner, W. Barth, Lineare Algebra: Grundlagen und Anwendungen, Springer 2013.
4. T. Jurlewicz, Z. Skoczylas, Algebra liniowa 1 i 2, Oficyna Wyd. GiS Wrocław 2002.
5. J. Rutkowski, Algebra liniowa w zadaniach, PWN Warszawa 2012.
6. I. Nabałek, Zadania z algebry liniowej, WNT Warszawa 2006.

### Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	20
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	30
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	25
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	80
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	10
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	0
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	60
Ogółem bilans czasu pracy		225
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		9

## Język obcy

Karty języków obcych są dostępne na stronie Centrum Języków Obcych:  
<https://cjo.up.krakow.pl/karty-kursow/>

## Semestr 3

## Analiza matematyczna 2

## KARTA KURSU

Nazwa	Analiza matematyczna 2
Nazwa w j. ang.	Mathematical Analysis 2

Koordynator	Kierownik Katedry Analizy Matematycznej i Zastosowań	Zespół dydaktyczny
		Katedra Analizy Matematycznej i Zastosowań
Punktacja ECTS*	10	

## Opis kursu (cele kształcenia)

Celem kursu jest zapoznanie studentów z podstawowymi pojęciami i twierdzeniami analizy matematycznej niezbędnymi do studiowania różnych działów matematyki oraz wprowadzenie ich w elementy metody matematycznej przez dowodzenie twierdzeń, konstrukcje przykładów i kontrprzykładów.

## Warunki wstępne

Wiedza	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Zna definicje i własności funkcji, pochodnej funkcji.</li> <li>2. Zna definicję ciągu liczbowego i jego granicy oraz podstawowe twierdzenia związane z tymi pojęciami.</li> <li>3. Zna różne definicje granicy i ciągłości funkcji oraz ich własności.</li> <li>4. Zna definicję szeregu liczbowego i podstawowe kryteria jego zbieżności.</li> </ol>
Umiejętności	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Potrafi wyznaczać dziedzinę i przeciwdziedzinę, miejsca zerowe, badać monotoniczność i różnowartościowość, potrafi dowodzić podstawowe własności tych pojęć, umie składać i odwracać funkcje, posługiwać się wykresami funkcji elementarnych.</li> <li>2. Umie obliczać granice ciągów i funkcji oraz sprawdzać ciągłość funkcji stosując poznane twierdzenia.</li> <li>3. Potrafi badać przebieg zmienności funkcji jednej zmiennej za pomocą metod rachunku różniczkowego.</li> <li>4. Umie badać zbieżność i zbieżność bezwzględną szeregów liczbowych.</li> </ol>
Kursy	Analiza matematyczna 1, Wstęp do logiki i teorii mnogości.



## Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 w zaawansowanym stopniu zna podstawowe twierdzenia z głównych działów matematyki i rozumie budowę teorii matematycznych	K_W01
	W02 rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także pojęcie istotności założeń twierdzenia	K_W02
	W03 zna przykłady ilustrujące konkretne pojęcia matematyczne, jak i rozumowania pozwalające obalić błędne hipotezy	K_W03
	W04 zna definicje i twierdzenia dotyczące funkcji odwrotnej i złożonej oraz definicje oraz własności funkcji elementarnych, zna różne definicje granicy i ciągłości funkcji oraz własności tych pojęć	K_W08
	W05 zna definicję ciągu liczbowego i jego granicy oraz podstawowe twierdzenia związane z tymi pojęciami, rozumie definicję granicy niewłaściwej oraz symboli nieoznaczonych, zna definicję szeregu liczbowego i podstawowe kryteria jego zbieżności, rozumie definicję szeregu zbieżnego bezwzględnie oraz szeregu zbieżnego warunkowo	K_W09
	W06 zna definicję funkcji pierwotnej i całki nieoznaczonej oraz podstawowe twierdzenia rachunku całkowego	K_W11
	W07 zna podstawowe definicje i twierdzenia dotyczące ciągów i szeregów funkcyjnych (w tym kryteria zbieżności)	K_W12
	W08 zna na poziomie podstawowym co najmniej jeden pakiet oprogramowania, służący do obliczeń symbolicznych	K_W32

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	U01 potrafi posługiwać się językiem i twierdzeniami z głównych działów matematyki	K_U01
	U02 umie prowadzić dowody metodą indukcji matematycznej, potrafi definiować rekurencyjnie funkcje i relacje, potrafi definiować obiekty matematyczne drogą konstruowania struktur ilorazowych lub produktów kartezyjskich	K_U03
	U03 posługuje się w różnych kontekstach pojęciem zbieżności i granicy; potrafi obliczać granice ciągów i funkcji, potrafi definiować funkcje z wykorzystaniem przejść granicznych i opisywać ich własności, potrafi badać zbieżność bezwzględną i warunkową szeregów	K_U05
	U04 potrafi zdefiniować całkę oznaczoną, całkę wielokrotną oraz podać geometryczne interpretacje tych całek, potrafi obliczać całki, wykorzystując podstawowe techniki ich obliczania (całkowanie przez części i przez podstawienie), umie zmieniać kolejność całkowania w całkach wielokrotnych; zna całkowe wzory na pola powierzchni gładkich i objętości niektórych brył	K_U07
	U05 potrafi wykorzystywać narzędzia i metody numeryczne do rozwiązywania wybranych zagadnień rachunku różniczkowego i całkowego, w tym także problemów związanych z zastosowaniami tego rachunku	K_U08

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Kompetencje społeczne	K01 zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie znaczenie wiedzy w rozwiązywaniu problemów teoretycznych i praktycznych	K_K01
	K02 wykazuje gotowość odpowiedzialnego pełnienia ról zawodowych wymagających kompetencji zdobywanych w ramach studiów na kierunku matematyka	K_K05

Organizacja												
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach										
		A		K		L		S		P		E
Liczba godzin	20	0		40		0		0		0		0

## Opis metod prowadzenia zajęć

Wykład, ćwiczenia, zadania domowe, konsultacje.

## Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny*	Projekt grupowy*	Udział w dyskusji	Referat*	Praca pisemna (esej)*	Egzamin ustny**	Egzamin pisemny**	Inne
W01						X	X	X	X	X	X	X	X
W02						X	X	X	X	X	X	X	X
W03						X	X	X	X	X	X	X	X
W04						X		X	X	X	X	X	X
W05						X		X	X	X	X	X	X
W06						X		X		X	X	X	X
W07						X		X	X	X	X	X	X
W08						X		X					X
U01						X	X	X	X	X	X	X	
U02						X		X	X	X	X	X	
U03						X		X	X	X	X	X	
U04						X		X		X	X	X	
U05						X	X	X					
K01						X		X					
K02							X	X					

\*,\*\* formy sprawdzania zostaną wybrane na początku semestru przez koordynatora i zespół dydaktyczny

Kryteria oceny	Zaliczenie z wykładu i ćwiczeń. Ocena z ćwiczeń na podstawie wyników prac pisemnych i odpowiedzi ustnych. Zaliczenie z wykładu na podstawie zaliczenia ćwiczeń.
----------------	---

Uwagi	
-------	--

## Treści merytoryczne (wykaz tematów)

1. Wzór Taylora i jego zastosowania (ekstrema lokalne, wypukłość).
2. Szeregi liczbowe. Kryteria zbieżności szeregów. Zbieżność bezwzględna i warunkowa. Mnożenie szeregów.
3. Rachunek całkowy funkcji zmiennej rzeczywistej. Całka nieoznaczona. Całkowanie elementarne. Całka oznaczona. Własności całki oznaczonej. Warunki konieczne i wystarczające całkowalności. Zastosowanie geometryczne i fizyczne całki. Całki niewłaściwe. Kryterium całkowe zbieżności szeregu.
4. Ciągi i szeregi funkcyjne. Pojęcie ciągu i szeregu funkcyjnego. Zbieżność punktowa i na przedziale ciągu funkcyjnego, zbieżność jednostajna ciągu funkcyjnego. Kryteria zbieżności jednostajnej szeregów funkcyjnych. Ciągłość, różniczkowalność granicy ciągu funkcyjnego i sumy szeregu funkcyjnego. Różniczkowanie i całkowanie szeregu funkcyjnego wyraz po wyrazie.
5. Szeregi potęgowe. Szereg Taylora. Rozwijanie w szereg Taylora funkcji elementarnych.
6. Szeregi Fouriera. Pojęcie szeregu Fouriera. Rozwijanie funkcji elementarnych w szereg Fouriera. Twierdzenie Weierstrassa dla odcinka.
7. Granica i ciągłość funkcji wielu zmiennych.

## Wykaz literatury podstawowej

1. J. Banaś, S. Wędrychowicz, Zbiór zadań z analizy matematycznej, WN-T, Warszawa 1994.
2. R. Rudnicki, Wykłady z analizy matematycznej, PWN, Warszawa 2001.

## Wykaz literatury uzupełniającej

1. T. Radozycki, Solving Problems in Mathematical Analysis, Part II, Springer, 2020
2. G. N. Berman, Zbiór zadań z analizy matematycznej, Wydawnictwo Pracowni Komputerowej Jacka Skalmierskiego, Gliwice 1999.
3. B. P. Demidowicz, Zbiór zadań z analizy matematycznej, OWPW, 2020
4. J. Dieudonne, Foundations of Modern Analysis, Academic Press, New York and London, 1969.
5. G. M. Fichtenholz, Rachunek różniczkowy i całkowy, t. I, PWN, Warszawa 1985.
6. W. Kaczor, M. Nowak, Zadania z analizy matematycznej, cz. I,II,III Wydawnictwo UMCS, Lublin 1996.
7. F. Leja, Rachunek różniczkowy i całkowy, PWN, Warszawa 1976.

## Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	20
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	40
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	24
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	76
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	15
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	10
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	65
Ogółem bilans czasu pracy		250
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		10

## Topologia

### KARTA KURSU

Nazwa	Topologia
Nazwa w j. ang.	Topology

Koordynator	Kierownik Katedry Analizy Matematycznej i Zastosowań	Zespół dydaktyczny
		Katedra Analizy Matematycznej i Zastosowań
Punktacja ECTS*	4	

#### Opis kursu (cele kształcenia)

Zapoznanie studentów z przestrzeniami topologicznymi oraz ich własnościami (np. ośrodkowość, zwartość, zupełność, spójność) w stopniu pozwalającym na wykorzystanie zdobytej wiedzy w trakcie dalszych studiów (m.in. na analizie funkcjonalnej, analizie zespolonej).

#### Warunki wstępne

Wiedza	Podstawowe wiadomości z zakresu rachunku zdań i kwantyfikatorów, znajomość definicji i własności funkcji (injektywność, surjektywność, obraz, przeciwobraz) analizy matematycznej (znajomość podstawowych własności przestrzeni metrycznych).
Umiejętności	Posługiwanie się pojęciami teorii mnogości (wyznaczanie obrazu i przeciwobrazu funkcji) oraz podstawowymi pojęciami z analizy matematycznej.
Kursy	Analiza matematyczna

## Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 w zaawansowanym stopniu zna podstawowe twierdzenia z głównych działów matematyki i rozumie budowę teorii matematycznych	K_W01
	W02 rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także pojęcie istotności założeń twierdzenia	K_W02
	W03 zna przykłady ilustrujące konkretne pojęcia matematyczne, jak i rozumowania pozwalające obalić błędne hipotezy	K_W03
	W04 zna podstawowe pojęcia i twierdzenia dotyczące przestrzeni topologicznych oraz odwzorowań ciągłych i homeomorfizmów	K_W15
	W05 zna pojęcia i własności spójnych, zwartych i ośrodkowych przestrzeni topologicznych	K_W16

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	U01 potrafi posługiwać się językiem i twierdzeniami z głównych działów matematyki	K_U01
	U02 rozpoznaje i określa najważniejsze własności topologiczne podzbiorów przestrzeni euklidesowej i przestrzeni metrycznych	K_U09
	U03 umie wykorzystywać własności topologiczne zbiorów i funkcji do rozwiązywania zadań o charakterze jakościowym	K_U10

Kompetencje społeczne	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
	K01 zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie znaczenie wiedzy w rozwiązywaniu problemów teoretycznych i praktycznych	K_K01
K02 potrafi formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania	K_K02	

Organizacja								
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach						
		A	K	L	S	P	E	
Liczba godzin	8	0	12	0	0	0	0	

## Opis metod prowadzenia zajęć

Wykład tradycyjny na tablicy. Ćwiczenie w formie rozwiązywania zagadnień teoretycznych i praktycznych. Zadania domowe. Kartkówki podczas ćwiczeń. Zajęcia mogą również być prowadzone zdalnie.

## Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny*	Projekt grupowy*	Udział w dyskusji	Referat*	Praca pisemna (esej)*	Egzamin ustny**	Egzamin pisemny**	Inne
W01						X	X	X	X	X	X	X	X
W02						X	X	X	X	X	X	X	X
W03						X	X	X	X	X	X	X	X
W04						X		X		X	X	X	X
W05						X		X	X	X	X	X	X
U01						X	X	X	X	X	X	X	
U02						X		X		X	X	X	
U03						X		X	X	X	X	X	
K01						X		X					
K02						X		X					

\*,\*\* formy sprawdzania zostaną wybrane na początku semestru przez koordynatora i zespół dydaktyczny

Kryteria oceny	Ocena zaliczenia: na podstawie kolokwium i odpowiedzi ustnych na ćwiczeniach. Warunkiem przystąpienia do egzaminu jest uzyskanie zaliczenia z wykładu i ćwiczeń. Ocena końcowa ustalana jest w trakcie egzaminu ustnego z uwzględnieniem wyniku egzaminu pisemnego.
----------------	---

Uwagi	
-------	--

### Treści merytoryczne (wykaz tematów)

1. Przestrzenie topologiczne: podstawowe definicje
2. Bazy i podbazy
3. Aksjomaty przeliczalności i związki między nimi.
4. Odwzorowania ciągłe na przestrzeniach topologicznych
5. Homeomorfizmy, odwzorowania otwarte i domknięte.
6. Aksjomaty oddzielania
7. Topologia produktowa
8. Przestrzenie zwarte i lokalnie zwarte
9. Przestrzenie spójne i lokalnie spójne
10. Zbiory gęste, nigdziegęste itp.
11. Przestrzenie ośrodkowe (a) Punkty skupienia, pochodna, zbiór gęsty. (b) Przestrzeń ośrodkowa - definicja i przykłady. (c)  $\text{IIAP} \Rightarrow$  ośrodkowość. (d) Zbiory brzegowe i nigdziegęste. Kategorie Baire'a. (e) Twierdzenia Baire'a. Zbiory  $F_\sigma$  i  $G_\delta$ .
9. Topologia ilorazowa (a) Definicja i przykłady. (b) Rzutowanie kanoniczne. Sklejanie topologii.

### Wykaz literatury podstawowej

1. E. Jabłońska, J. Krzyszkowski, Topologia – notatki do wykładu, Wydawnictwo szkolne Omega, Kraków 2020.

### Wykaz literatury uzupełniającej

1. R. Engelking, Topologia ogólna, PWN, Warszawa 1975.
2. R. Engelking, K. Sieklucki, Wstęp do topologii, PWN, Warszawa 1986.
3. K. Kuratowski, Wstęp do teorii mnogości i topologii, PWN, Warszawa 1977.
4. A. Mysior, A regular space which is not completely regular, Proc. Amer. Math. Soc. 81 (1981), 652-653.
4. J. Krzyszkowski, E. Turdza, Elementy topologii, WN AP, Kraków 2000



## Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	8
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	12
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	14
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	25
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	5
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	6
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	30
Ogółem bilans czasu pracy		100
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		4

## Język obcy

Karty języków obcych są dostępne na stronie Centrum Języków Obcych:  
<https://cjo.up.krakow.pl/karty-kursow/>

## Semestr 4

## Analiza matematyczna 3

## KARTA KURSU

Nazwa	Analiza matematyczna 3
Nazwa w j. ang.	Mathematical Analysis 3

Koordynator	Kierownik Katedry Analizy Matematycznej	Zespół dydaktyczny
		Katedra Analizy Matematycznej i Zastosowań
Punktacja ECTS*	8	

## Opis kursu (cele kształcenia)

Celem kursu jest zapoznanie studentów z metodami rachunku różniczkowego i całkowego funkcji wielu zmiennych oraz ukazanie sposobów uogólniania pojęć pochodnej i całki funkcji jednej zmiennej na przypadek funkcji wielu zmiennych.

## Warunki wstępne

Wiedza	Rozumie pojęcie przestrzeni wektorowej i odwzorowania liniowego. Posiada podstawową wiedzę z zakresu analizy matematycznej funkcji jednej zmiennej. Zna definicję całki nieoznaczonej i oznaczonej .
Umiejętności	Potrafi wyznaczać pochodne i całki nieoznaczone i oznaczone dla funkcji jednej zmiennej. Posługuje się metodami algebry liniowej (działania w przestrzeniach liniowych, iloczyn skalarny, arytmetyka macierzy).
Kursy	Analiza matematyczna 1, 2. Algebra liniowa1,2.

## Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 w zaawansowanym stopniu zna podstawowe twierdzenia z głównych działów matematyki i rozumie budowę teorii matematycznych	K_W01
	W02 rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także pojęcie istotności założeń twierdzenia	K_W02
	W03 zna przykłady ilustrujące konkretne pojęcia matematyczne, jak i rozumowania pozwalające obalić błędne hipotezy	K_W03
	W04 zna własności algebraiczne i porządkowe w zbiorze liczb rzeczywistych, zna definicje kresów zbioru oraz aksjomat ciągłości i podstawowe jego konsekwencje	K_W07
	W05 zna definicję różniczki zupełnej, pochodnej kierunkowej i cząstkowej funkcji wielu zmiennych oraz regułę obliczania pochodnych cząstkowych funkcji złożonych, zna pojęcie i interpretację geometryczną ekstremum lokalnego funkcji wielu zmiennych oraz warunek konieczny i dostateczny na jego istnienie	K_W13
	W06 zna definicję całki wielokrotnej i jej podstawowe własności oraz metodę ich sprowadzania do całek iterowanych dla obszarów normalnych, zna zastosowania geometryczne całki wielokrotnej, zna definicje i podstawowe własności całek krzywoliniowych i powierzchniowych	K_W14
	W07 zna na poziomie podstawowym co najmniej jeden pakiet oprogramowania, służący do obliczeń symbolicznych	K_W32
	W08 rozumie rolę i znaczenie matematyki i jej zastosowań dla rozwoju jednostki i społeczeństwa, zna podstawowe dylematy współczesnej cywilizacji, przy których wyjaśnianiu może być pomocna matematyka	K_W33
	W09 zna narzędzia matematyczne przydatne do tworzenia i analizy prostych modeli matematycznych w naukach ekonomicznych, przyrodniczych i technicznych	K_W34

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	U01 potrafi posługiwać się językiem i twierdzeniami z głównych działów matematyki	K_U01
	U02 rozróżnia rodzaje nieskończoności i typy porządków w zbiorach, umie operować pojęciem liczby rzeczywistej; zna przykłady liczb niewymiernych i przestępnych	K_U04
	U03 posługuje się w różnych kontekstach pojęciem zbieżności i granicy; potrafi obliczać granice ciągów i funkcji, potrafi definiować funkcje z wykorzystaniem przejść granicznych i opisywać ich własności, potrafi badać zbieżność bezwzględną i warunkową szeregów	K_U05
	U04 umie wykorzystać twierdzenia i metody rachunku różniczkowego funkcji jednej i wielu zmiennych w zagadnieniach związanych z optymalizacją, poszukiwaniem ekstremów lokalnych i globalnych oraz badaniem przebiegu zmienności funkcji, podając precyzyjne i ścisłe uzasadnienia poprawności swoich rozumowań	K_U06
	U05 potrafi zdefiniować całkę oznaczoną, całkę wielokrotną oraz podać geometryczne interpretacje tych całek, potrafi obliczać całki, wykorzystując podstawowe techniki ich obliczania (całkowanie przez części i przez podstawienie), umie zmieniać kolejność całkowania w całkach wielokrotnych; zna całkowite wzory na pola powierzchni gładkich i objętości niektórych brył	K_U07
	U06 potrafi wykorzystywać narzędzia i metody numeryczne do rozwiązywania wybranych zagadnień rachunku różniczkowego i całkowego, w tym także problemów związanych z zastosowaniami tego rachunku	K_U08
	U07 posługuje się pojęciami: przestrzeni liniowej, wektora, bazy przestrzeni liniowej, przekształcenia liniowego, macierzy, umie obliczać wyznaczniki i zna ich własności; potrafi podać: interpretacje geometryczne wartości bezwzględnej wyznaczników drugiego i trzeciego stopnia, zna przykłady wykorzystywania wyznaczników w analizie matematycznej	K_U12
	U08 potrafi samodzielnie planować własne uczenie się i rozumie, że należy doskonalić tego typu umiejętności przez całe życie	K_U34

Kompetencje społeczne	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
	K01 zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie znaczenie wiedzy w rozwiązywaniu problemów teoretycznych i praktycznych	K_K01
K02 wykazuje gotowość odpowiedzialnego pełnienia ról zawodowych wymagających kompetencji zdobywanych w ramach studiów na kierunku matematyka	K_K05	

Organizacja								
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach						
		A	K	L	S	P	E	
Liczba godzin	17	0	28	0	0	0	0	

#### Opis metod prowadzenia zajęć

Wykład tradycyjną metodą tablicową (z udziałem studentów w dyskusji), czasami z wykorzystaniem urządzeń multimedialnych, rozwiązywanie zadań i dyskusja na ćwiczeniach, zadania domowe, testy zdalne w ramach zajęć e-learningowych, konsultacje.

#### Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny*	Projekt grupowy*	Udział w dyskusji	Referat*	Praca pisemna (esej)*	Egzamin ustny**	Egzamin pisemny**	Inne
W01						X	X	X	X	X	X	X	X
W02						X	X	X	X	X	X	X	X
W03						X	X	X	X	X	X	X	X
W04						X		X		X	X	X	X
W05						X		X		X	X	X	X
W06						X		X	X	X	X	X	X
W07						X		X					X
W08								X	X				X
W09						X	X	X	X				X
U01						X	X	X	X	X	X	X	
U02						X		X		X	X	X	
U03						X		X	X	X	X	X	
U04						X		X	X	X	X	X	
U05						X		X		X	X	X	
U06						X	X	X					
U07						X		X		X	X	X	

U08						X		X					
K01						X		X					
K02							X	X					

\*,\*\* formy sprawdzania zostaną wybrane na początku semestru przez koordynatora i zespół dydaktyczny

Kryteria oceny	Ocena z ćwiczeń na podstawie wyników prac pisemnych i odpowiedzi ustnych. Warunkiem przystąpienia do egzaminu jest uzyskanie zaliczenia z wykładu i ćwiczeń.
----------------	---

Uwagi	
-------	--

### Treści merytoryczne (wykaz tematów)

1. Rachunek różniczkowy funkcji wielu zmiennych. Pochodne cząstkowe, kierunkowe i pochodna Frecheta. Sens geometryczny pochodnej. Macierz Jacobiego, jacobian i gradient. Działania na odwzorowaniach, a pochodne. Pochodne wyższych rzędów. Twierdzenie o wartości średniej. Wzór Taylora. Zastosowania rachunku różniczkowego do wyznaczania ekstremów lokalnych. Twierdzenie o odwzorowaniu uwikłanym i o lokalnej odwracalności.
2. Całki wielokrotne. Wielokrotna całka Riemanna. Całki iterowane. Całki wielokrotne w obszarze normalnym i regularnym. Twierdzenie o zamianie zmiennych. Zastosowania geometryczne, obliczanie objętości brył i pola płata powierzchniowego. Zastosowania w fizyce.
3. Elementy teorii całki krzywoliniowej i powierzchniowej.
4. Aksjomatyka liczb rzeczywistych.

### Wykaz literatury podstawowej

1. R. Rudnicki, Wykłady z analizy matematycznej, PWN, Warszawa 2012.
2. J. Banaś, S. Wędrychowicz, Zbiór zadań z analizy matematycznej, WN-T, Warszawa 1994.

### Wykaz literatury uzupełniającej

1. G. M. Fichtenholz, Rachunek różniczkowy i całkowy, t. II, III, PWN, Warszawa 1985.
2. W. Kryszicki, L. Włodarski, Analiza matematyczna w zadaniach, cz. II, PWN, Warszawa, 2006.
3. B.P.Demidowicz, Zbiór zadań z analizy matematycznej, OWPW, 2020.
4. T. Radożycki, Solving Problems in Mathematical Analysis, Part III, Springer 2020
5. G. N. Berman, Zbiór zadań z analizy matematycznej, Wydawnictwo Pracowni Komputerowej Jacka Skalmierskiego, Gliwice 1999.

## Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	17
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	28
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	22
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	53
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	15
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	10
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	55
Ogółem bilans czasu pracy		200
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		8



## Rachunek prawdopodobieństwa

### KARTA KURSU

Nazwa	Rachunek prawdopodobieństwa	
Nazwa w j. ang.	Propability Theory	
Koordynator	Kierownik Katedry Analizy Matematycznej i Zastosowań	Zespół dydaktyczny
		Katedra Analizy Matematycznej i Zastosowań
Punktacja ECTS*	5	

#### Opis kursu (cele kształcenia)

Zapoznanie studentów z podstawowymi pojęciami rachunku prawdopodobieństwa. Kształtowanie intuicji probabilistycznych poprzez rozwiązywanie zadań powstałych na tle różnych sytuacji życiowych. Przedstawianie pojęć, metod i wnioskowań probabilistycznych jako matematycznych narzędzi opisu i badania rzeczywistości, wskazywanie przykładów stosowania matematyki z wyraźnym podziałem na: fazę matematyzacji, fazę rachunków i dedukcji oraz fazę interpretacji.

#### Warunki wstępne

Wiedza	Wiedza z kursów: Wstęp do logiki i teorii mnogości, Algebra liniowa 2, Analiza matematyczna 1-2.
Umiejętności	Umiejętności nabyte na kursach: Wstęp do logiki i teorii mnogości, Algebra liniowa 2, Analiza matematyczna 1-2
Kursy	Wstęp do logiki i teorii mnogości, Algebra liniowa 2, Analiza matematyczna 1-2

## Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 w zaawansowanym stopniu zna podstawowe twierdzenia z głównych działów matematyki i rozumie budowę teorii matematycznych	K_W01
	W02 rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także pojęcie istotności założeń twierdzenia	K_W02
	W03 zna przykłady ilustrujące konkretne pojęcia matematyczne, jak i rozumowania pozwalające obalić błędne hipotezy	K_W03
	W04 zna podstawowe pojęcia i twierdzenia kombinatoryki	K_W24
	W05 zna klasyczną i aksjomatyczną definicję przestrzeni probabilistycznej oraz definicję prawdopodobieństwa geometrycznego, zna pojęcie prawdopodobieństwa warunkowego, zdarzeń niezależnych, twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym i wzór Bayesa	K_W25
	W06 zna definicję zmiennej losowej i jej rozkładu prawdopodobieństwa, pojęcie niezależności zmiennych losowych oraz przykłady rozkładów zmiennych losowych, zna wybrane rodzaje zbieżności ciągów zmiennych losowych, prawa wielkich liczb i centralne twierdzenia graniczne	K_W26

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	U01 potrafi posługiwać się językiem i twierdzeniami z głównych działów matematyki	K_U01
	U02 umie formułować i rozwiązywać problemy przy użyciu narzędzi matematyki dyskretnej (np. kombinatoryka, indukcja matematyczna)	K_U17
	U03 posługuje się pojęciem przestrzeni probabilistycznej; potrafi zbudować i przeanalizować model matematyczny eksperymentu losowego, umie stosować wzór na prawdopodobieństwo całkowite i wzór Bayesa	K_U18
	U04 potrafi podać różne przykłady dyskretnych i ciągłych rozkładów prawdopodobieństwa i omówić wybrane eksperymenty losowe oraz modele matematyczne, w jakich te rozkłady występują; umie zastosować podstawowe rozkłady w praktyce	K_U19
	U05 potrafi wyznaczyć parametry rozkładu zmiennej losowej o rozkładzie dyskretnym i ciągłym; potrafi wykorzystać twierdzenia graniczne i prawa wielkich liczb do szacowania prawdopodobieństw	K_U20

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Kompetencje społeczne	K01 zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie znaczenie wiedzy w rozwiązywaniu problemów teoretycznych i praktycznych	K_K01
	K02 potrafi formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania	K_K02

		Organizacja										
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach										
		A		K		L		S		P		E
Liczba godzin	8	0		18		0		0		0		0

## Opis metod prowadzenia zajęć

Wykłady. Zadania tablicowe i domowe. Konsultacje.

## Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny*	Projekt grupowy*	Udział w dyskusji	Referat*	Praca pisemna (esej)*	Egzamin ustny**	Egzamin pisemny**	Inne
W01								X	X	X	X	X	X
W02								X	X	X	X	X	X
W03								X	X	X	X	X	X
W04								X	X	X	X	X	X
W05								X		X	X	X	X
W06								X	X	X	X	X	X
U01								X	X	X	X	X	
U02								X	X	X	X	X	
U03								X		X	X	X	
U04								X		X	X	X	
U05								X	X	X	X	X	
K01								X					
K02								X					

\*,\*\* formy sprawdzania zostaną wybrane na początku semestru przez koordynatora i zespół dydaktyczny

Kryteria oceny	<p>Ocena końcowa z ćwiczeń wystawiana jest na podstawie wyników dwóch kolokwium. Ocena ta uwzględnia również aktywność studenta wykazaną w czasie ćwiczeń. Dodatkowym warunkiem zaliczenia ćwiczeń jest odpowiednia frekwencja: dopuszczalna jest co najwyżej jedna nieobecność nieusprawiedliwiona, jednocześnie liczba wszystkich nieobecności nie może być większa od 5. Nieobecność nieusprawiedliwiona na kolokwium skutkuje przyznaniem 0 pkt. za to kolokwium.</p> <p>Aby być dopuszczonym do egzaminu konieczne jest zaliczenie ćwiczeń.</p> <p>Wykład jest obowiązkowy, a dopuszczalne są 4 nieobecności.</p> <p>Ocena końcowa za egzamin jest średnią ważoną i uwzględnia: w 30% ocenę z ćwiczeń oraz w 70% ocenę uzyskaną za egzamin ustny.</p> <p>Aby otrzymać pozytywną ocenę końcową za egzamin należy zdać egzamin ustny, czyli otrzymać za ten egzamin co najmniej ocenę dostateczną.</p>
----------------	---

Uwagi	
-------	--

## Treści merytoryczne (wykaz tematów)

Przestrzeń probabilistyczna dyskretna. Przestrzeń probabilistyczna jako model doświadczenia losowego. Drzewo stochastyczne jako środek konstrukcji przestrzeni probabilistycznej. Drzewo a podstawowe pojęcia i wzory kombinatoryczne. Klasyczna przestrzeń probabilistyczna. Losowanie próbki. Algebra zdarzeń. Układ zupełny zdarzeń. Definicja prawdopodobieństwa zdarzenia w dyskretnej przestrzeni

probabilistycznej. Różne aspekty prawdopodobieństwa (klasyczny, miarowy, statystyczny, subiektywny, idea stochastycznego grafu przepływu). Własności prawdopodobieństwa. Aksjomatyczna definicja przestrzeni probabilistycznej. Geometryczna przestrzeń probabilistyczna. Prawdopodobieństwo geometryczne. Zdarzenia praktycznie niemożliwe. Prawdopodobieństwo jako ocena pewnego ryzyka i narzędzie weryfikacji hipotez. Rozstrzyganie środkami matematycznymi czy dany fakt jest rezultatem wiedzy, talentu, czy też przypadku (np. zgadywania). Prawdopodobieństwo klasyczne. Prawdopodobieństwo warunkowe. Prawdopodobieństwo całkowite. Prawdopodobieństwo warunkowe a posteriori. Wzór Bayesa. Niezależność zdarzeń. Produkt kartezjański przestrzeni probabilistycznych. Produktowe przestrzenie probabilistyczne dla serii doświadczeń niezależnych. Schemat Bernoulliego. Zmienna losowa w dyskretnej przestrzeni probabilistycznej i jej rozkład. Rozkład dwumianowy. Czekanie na pierwszy sukces. Rozkład geometryczny. Schemat Pascala. Schematy urnowe. Dystrybuanta. Wartość oczekiwana. Wariancja. Niezależność zmiennych losowych. Kowariancja i współczynnik korelacji. Ciągi zmiennych losowych i ich rozkłady. Zbieżność stochastyczna. Prawo wielkich liczb Bernoulliego. Prawo wielkich liczb Bernoulliego a szacowanie prawdopodobieństwa zdarzenia za pomocą jego częstości. Pojęcie procesu stochastycznego. Jednorodny łańcuch Markowa i jego graf stochastyczny. Grafy Engla. Gra losowa, strategiczna gra losowa i hazardowa gra losowa a odkrywanie pojęć i metod stochastycznych. Rysunek jako środek matematyzacji i argumentacji.

## Wykaz literatury podstawowej

1. J. Jakubowski, R. Sztencel, Prawdopodobieństwo dla (prawie) każdego, SCRIPT, 2002.
2. L.T. Kubik, Rachunek prawdopodobieństwa, PWN, Warszawa 1980.
3. A. Płocki, Prawdopodobieństwo wokół nas, Wydawnictwo „Dla szkoły”, Wilkowice 2004.

## Wykaz literatury uzupełniającej

- E. Łakoma, Historyczny rozwój prawdopodobieństwa, CODN, Warszawa 1992.  
 A. Płocki, Co Przypadek sprawił w Przypadkowie, Wydawnictwo „Dla szkoły”, Wilkowice 2000.  
 A. Płocki, Czy Paulina była w Przypadkowie gapą, Wydawnictwo „Dla szkoły”, Wilkowice 2000.  
 A. Płocki, Kto był w Przypadkowie dżentelmenem, Wydawnictwo „Dla szkoły”, Wilkowice 2000.  
 A. Płocki, P. Tlusty, Kombinatoryka wokół nas, Wydawnictwo Naukowe NOVUM, Płock 2010.  
 A. Płocki, Dydaktyka stochastyki, Wydawnictwo Naukowe NOVUM, Płock 2005.  
 A. Żak, T. Zakrzewski, Kombinatoryka, prawdopodobieństwo i zdrowy rozsądek, Quadrivium, Wrocław, 1994.

## Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	8
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	18
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	16
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	34
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	9
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	0
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	40
Ogółem bilans czasu pracy		125
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		5

# Algebra abstrakcyjna 1

## KARTA KURSU

Nazwa	Algebra abstrakcyjna 1	
Nazwa w j. ang.	Abstract Algebra 1	
Koordynator	Kierownik Katedry Geometrii i Algebry	Zespół dydaktyczny
		Katedra Geometrii i Algebry
Punktacja ECTS*	6	

### Opis kursu (cele kształcenia)

Zapoznanie słuchaczy z podstawami teorii grup. Poszerzenie i usystematyzowanie wiedzy o tych strukturach algebraicznych, które studenci napotkali wcześniej w szkole i na studiach (np. grupy permutacji). Prezentacja prostych i typowych zastosowań algebry abstrakcyjnej (np. w teorii liczb).

### Warunki wstępne

Wiedza	Znajomość podstaw logiki, teorii mnogości i algebry liniowej.
Umiejętności	Ilustrowanie abstrakcyjnych definicji przykładami, prowadzenie elementarnych rozumowań.
Kursy	Wstęp do logiki i teorii mnogości, Algebra liniowa 1, 2.

## Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 w zaawansowanym stopniu zna podstawowe twierdzenia z głównych działów matematyki i rozumie budowę teorii matematycznych	K_W01
	W02 rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także pojęcie istotności założeń twierdzenia	K_W02
	W03 zna przykłady ilustrujące konkretne pojęcia matematyczne, jak i rozumowania pozwalające obalić błędne hipotezy	K_W03
	W04 zna i rozumie pojęcie relacji, w tym pojęcia relacji równoważności i relacji porządkujących oraz ich zastosowania, zna pojęcie funkcji jako relacji i podstawowe własności funkcji, w tym własności obrazu i przeciwobrazu zbioru poprzez funkcję	K_W06
	W05 zna własności algebraiczne i porządkowe w zbiorze liczb rzeczywistych, zna definicje kresów zbioru oraz aksjomat ciągłości i podstawowe jego konsekwencje	K_W07
	W06 zna i rozumie definicje i podstawowe własności grup, pierścieni i ciał oraz zna przykłady ilustrujące konkretne pojęcia z tego zakresu, zna pojęcia podgrupy normalnej i ideału pierścienia, zna konstrukcje grupy ilorazowej i pierścienia ilorazowego oraz ich własności	K_W21
	W07 zna pojęcia homomorfizmu struktur algebraicznych (grup, pierścieni), jądra i obrazu homomorfizmu, rozumie znaczenie izomorfizmów	K_W22

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	U01 potrafi posługiwać się językiem i twierdzeniami z głównych działów matematyki	K_U01
	U02 umie prowadzić dowody metodą indukcji matematycznej, potrafi definiować rekurencyjnie funkcje i relacje, potrafi definiować obiekty matematyczne drogą konstruowania struktur ilorazowych lub produktów kartezyjskich	K_U03
	U03 rozróżnia rodzaje nieskończoności i typy porządków w zbiorach, umie operować pojęciem liczby rzeczywistej; zna przykłady liczb niewymiernych i przestępnych	K_U04
	U04 dostrzega obecność struktur algebraicznych (grupy, pierścienia, ciała, przestrzeni liniowej) w różnych zagadnieniach matematycznych, potrafi posługiwać się pojęciami homomorfizmu, izomorfizmu i automorfizmu struktur algebraicznych	K_U15

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Kompetencje społeczne	K01 zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie znaczenie wiedzy w rozwiązywaniu problemów teoretycznych i praktycznych	K_K01
	K02 potrafi formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania	K_K02

Organizacja												
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach										
		A		K		L		S		P		E
Liczba godzin	8	0		22		0		0		0		0

Opis metod prowadzenia zajęć



Wykład. Zajęcia tablicowe. Ćwiczenia sprawdzające. Praca w grupach.

## Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny*	Projekt grupowy**	Udział w dyskusji	Referat*	Praca pisemna (esej)*	Egzamin ustny**	Egzamin pisemny**	Inne
W01								X	X	X			X
W02								X	X	X			X
W03								X	X	X			X
W04								X	X	X			X
W05								X		X			X
W06								X		X			X
W07								X		X			X
U01								X	X	X			
U02								X	X	X			
U03								X		X			
U04								X		X			
K01								X					
K02								X					

\*,\*\* formy sprawdzania zostaną wybrane na początku semestru przez koordynatora i zespół dydaktyczny

Kryteria oceny	Ocena z ćwiczeń na podstawie aktywnego udziału w zajęciach oraz wyników sprawdzianów pisemnych.
----------------	---

Uwagi	
-------	--

## Treści merytoryczne (wykaz tematów)

<p>1. Struktury algebraiczne</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-działania (działanie dwuargumentowe wewnętrzne-łączność, przemienność, element neutralny, elementy odwracalne, rozdzielnosc działań względem siebie; działanie zewnętrzne)</li> <li>-hierarchia struktur algebraicznych (półgrupa, monoid, grupa, pierścień, ciało, moduł nad pierścieniem, algebra nad ciałem)</li> <li>-budowa nowych struktur ze struktur danych (podstruktura, iloczyn prosty, relacja równoważności zgodna z działaniem, struktura ilorazowa)</li> </ul> <p>2. Podstawy arytmetyki liczb całkowitych</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-pierścień liczb całkowitych jako pierścień całkowity i uporządkowany</li> <li>-podzielność (największy wspólny dzielnik, najmniejsza wspólna wielokrotność)</li> </ul> <p>fundamentalne twierdzenie arytmetyki</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-twierdzenie o dzieleniu z resztą i algorytm Euklidesa</li> </ul> <p>3. Grupy</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-podstawowe definicje i przykłady (grupy abelowe związane z pierścieniami i ciałami, grupy przekształceń inspirowane geometrią, iloczyn prosty)</li> <li>-podgrupy (generatory, grupy cykliczne, rząd elementu, funkcja Eulera, warstwy podgrupy, indeks podgrupy, tw. Lagrange'a, podgrupy normalne, grupa ilorazowa)</li> <li>-homomorfizmy grup (jądro, obraz, tw. Cayleya, twierdzenia o izomorfizmach kanonicznych)</li> </ul>
---

-działanie grupy na zbiorze (orbita, stabilizator, równanie klas, liczba orbit)  
 -grupa permutacji zbioru skończonego (generowanie przez transpozycje, cykle, grupa alternująca)  
 -grupy abelowe skończenie generowane (tw. strukturalne -bez dowodu)  
 -komutanty, abelianizacja,  
 -p-grupy,  
 -grupy rozwiązalne, rozwiązalność p-grup, rozwiązalność i nierozwiązalność grup symetrycznych

## Wykaz literatury podstawowej

1. A. Białynicki -Birula, Algebra, PWN, 1971
2. J. Rutkowski, Algebra abstrakcyjna w zadaniach, PWN, Warszawa 2012

## Wykaz literatury uzupełniającej

1. W. J. Gilbert, W. K. Nicholson, Algebra współczesna z zastosowaniami, WNT 2008
2. Gleichgewicht, Algebra, GiS 2004
3. A. I. Kostrikin, Wstęp do algebry, t.1, t.3, PWN 2004
4. Z. Opial, Algebra wyższa, PWN 1976
5. O. Artemowicz, A. Piękosz, Algebra, Wyd.PK 2010
6. T. W. Hungerford, Algebra, Springer 1974
7. W. Marzantowicz, P. Zarzycki, Elementy teorii liczb, Wyd. Naukowe UAM 1999
8. K. Spindler, Abstract Algebra with Applications, vol.I-II, Marcel Dekker 1994
9. E. B. Vinberg, A Course in Algebra, AMS 2003

## Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	8
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	22
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	20
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	45
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	10
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	0
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	45
Ogółem bilans czasu pracy		150
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		6

## Język obcy

Karty języków obcych są dostępne na stronie Centrum Języków Obcych:  
<https://cjo.up.krakow.pl/karty-kursow/>

## Semestr 5

### Wstęp do równań różniczkowych

#### KARTA KURSU

Nazwa	Wstęp do równań różniczkowych
Nazwa w j. ang.	Introduction to Differential Equations

Koordynator	Kierownik Katedry Analizy Matematycznej i Zastosowań	Zespół dydaktyczny
		Katedra Analizy Matematycznej i Zastosowań
Punktacja ECTS*	3	

#### Opis kursu (cele kształcenia)

Zapoznanie z podstawowymi definicjami i twierdzeniami dotyczącymi równań różniczkowych zwyczajnych, w tym z twierdzeniami o istnieniu i jednoznaczności rozwiązań. Zaznajomienie z metodami rozwiązywania równań różniczkowych.

#### Warunki wstępne

Wiedza	Rachunek różniczkowy funkcji jednej i wielu zmiennych. Twierdzenie o funkcji uwikłanej. Rachunek całkowy. Ciągłość odwzorowań. Algebra macierzy i wyznaczniki.
Umiejętności	Obliczanie całek nieoznaczonych i oznaczonych. Obliczanie całek krzywoliniowych. Różniczkowanie funkcji.
Kursy	Analiza 1, 2, 3. Algebra liniowa 1, 2.

## Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 w zaawansowanym stopniu zna podstawowe twierdzenia z głównych działów matematyki i rozumie budowę teorii matematycznych	K_W01
	W02 rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także pojęcie istotności założeń twierdzenia	K_W02
	W03 zna przykłady ilustrujące konkretne pojęcia matematyczne, jak i rozumowania pozwalające obalić błędne hipotezy	K_W03
	W04 zna definicje i interpretacje geometryczną pochodnej funkcji jednej zmiennej oraz twierdzenia rachunku różniczkowego funkcji jednej zmiennej, dostrzega związek między różniczkowalnością a ciągłością funkcji	K_W10
	W05 zna i rozumie pojęcia i twierdzenia dotyczące równań różniczkowych zwyczajnych oraz metody rozwiązywania wybranych typów równań pierwszego i drugiego rzędu, zna i rozumie rolę i znaczenie twierdzeń o istnieniu i jednoznaczności rozwiązań zagadnień początkowych	K_W17
	W06 zna pojęcie układu równań liniowych oraz metody rozwiązywania układów równań liniowych, zna pojęcie wyznacznika macierzy, jego własności i zastosowania	K_W18
	W07 zna pojęcia przestrzeni liniowej, jej bazy i odwzorowania liniowego, zna pojęcie wartości własnej, wektora własnego i podprzestrzeni niezmienniczej oraz ich zastosowania, rozumie sens geometryczny tych pojęć	K_W19
	W08 zna narzędzia matematyczne przydatne do tworzenia i analizy prostych modeli matematycznych w naukach ekonomicznych, przyrodniczych i technicznych	K_W34

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	U01 potrafi posługiwać się językiem i twierdzeniami z głównych działów matematyki	K_U01
	U02 umie wykorzystać twierdzenia i metody rachunku różniczkowego funkcji jednej i wielu zmiennych w zagadnieniach związanych z optymalizacją, poszukiwaniem ekstremów lokalnych i globalnych oraz badaniem przebiegu zmienności funkcji, podając precyzyjne i ściśle uzasadnienia poprawności swoich rozumowań	K_U06
	U03 umie wykorzystywać własności topologiczne zbiorów i funkcji do rozwiązywania zadań o charakterze jakościowym	K_U10
	U04 potrafi rozpoznać różne typy równań różniczkowych pierwszego i drugiego rzędu; potrafi zastosować odpowiednie metody do rozwiązywania wybranych typów równań różniczkowych pierwszego i drugiego rzędu, potrafi zinterpretować i zastosować równania różniczkowe pierwszego i drugiego rzędu w wybranych zagadnieniach fizycznych, geometrycznych i innych	K_U11
	U05 posługuje się pojęciami: przestrzeni liniowej, wektora, bazy przestrzeni liniowej, przekształcenia liniowego, macierzy, umie obliczać wyznaczniki i zna ich własności; potrafi podać: interpretacje geometryczne wartości bezwzględnej wyznaczników drugiego i trzeciego stopnia, zna przykłady wykorzystywania wyznaczników w analizie matematycznej	K_U12

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Kompetencje społeczne	K01 zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie znaczenie wiedzy w rozwiązywaniu problemów teoretycznych i praktycznych	K_K01
	K02 potrafi formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania	K_K02

Organizacja												
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach										
		A		K		L		S		P		E
Liczba godzin	5	0		8		0		0		0		0

## Opis metod prowadzenia zajęć

Wykłady. Zadania tablicowe i domowe. Konsultacje.

## Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny*	Projekt grupowy*	Udział w dyskusji	Referat*	Praca pisemna (esej)*	Egzamin ustny**	Egzamin pisemny**	Inne
W01								X	X	X			X
W02								X	X	X			X
W03								X	X	X			X
W04								X	X	X			X
W05								X	X	X			X
W06								X		X			X
W07								X		X			X
W08								X	X				X
U01								X	X	X			
U02								X	X	X			
U03								X	X	X			
U04								X	X	X			
U05								X		X			
K01								X					
K02								X					

\*,\*\* formy sprawdzania zostaną wybrane na początku semestru przez koordynatora i zespół dydaktyczny

Kryteria oceny	Ocena końcowa uwzględnia w 50% aktywność studenta wykazaną w czasie ćwiczeń oraz w 50% aktywność studenta wykazaną w czasie rozmowy ustnej.
----------------	---

Uwagi	
-------	--

### Treści merytoryczne (wykaz tematów)

1. Równania różniczkowe pierwszego rzędu  
Przykłady i pojęcia wstępne.  
Równania różniczkowe o zmiennych rozdzielonych.  
Równania różniczkowe jednorodne.  
Równania różniczkowe liniowe.  
Równanie różniczkowe Bernoulliego.  
Równanie różniczkowe zupełne.  
Krzywe ortogonalne.  
Pojęcia wstępne dla równań różniczkowych drugiego rzędu.  
Równania drugiego rzędu sprowadzalne do równań pierwszego rzędu.  
2. Równania różniczkowe liniowe drugiego rzędu.  
Pojęcia wstępne.  
Równania różniczkowe liniowe jednorodne.  
Wrońskian a liniowa niezależność rozwiązań.  
Równania różniczkowe liniowe o stałych współczynnikach.  
Równania różniczkowe liniowe niejednorodne.  
Metoda uzmiennienia stałych.  
Metoda współczynników nieoznaczonych.

### Wykaz literatury podstawowej

1. F. Leja, Rachunek różniczkowy i całkowy ze wstępem do równań różniczkowych, wyd. 16, PWN, Warszawa 1979.  
2. W. Leksiński, W. Żakowski, Matematyka cz. IV, WNT, Warszawa 1984.  
3. R. Rudnicki, Wykłady z analizy matematycznej, PWN, Warszawa 2002,  
4. M. Gewert, Z. Skoczylas, Równania różniczkowe zwyczajne. Teoria, przykłady, zadania, Oficyna Wydawnicza GIS, Wrocław 2007,  
5. A. Palczewski, Równania różniczkowe zwyczajne, WNT, Warszawa 1999,2004.

### Wykaz literatury uzupełniającej

1. A. Pelczar, J. Szarski, Wstęp do teorii równań różniczkowych, PWN, Warszawa 1989,  
2. W. Pogorzelski, Analiza matematyczna t.IV, PWN, Warszawa 1949,  
3. W. Walter, Ordinary differential equation, Springer-Verlag, New York, Berlin, Heidelberg 1998



## Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	5
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	8
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	12
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	18
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	7
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	0
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	25
Ogółem bilans czasu pracy		75
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		3

## Algebra abstrakcyjna 2

### KARTA KURSU

Nazwa	Algebra abstrakcyjna 2	
Nazwa w j. ang.	Abstract Algebra 2	
Koordynator	Kierownik Katedry Geometrii i Algebry	Zespół dydaktyczny
		Katedra Geometrii i Algebry
Punktacja ECTS*	4	

#### Opis kursu (cele kształcenia)

Zapoznanie słuchaczy z podstawami teorii pierścieni i ciał. Poszerzenie i usystematyzowanie wiedzy o tych strukturach algebraicznych, które studenci napotkali wcześniej w szkole i na studiach (np. pierścienie liczb całkowitych, pierścienie wielomianów, ciała liczb). Prezentacja prostych i typowych zastosowań algebry abstrakcyjnej (np. w teorii liczb).

#### Warunki wstępne

Wiedza	Znajomość podstaw logiki, teorii mnogości, algebry liniowej oraz algebry abstrakcyjnej 1.
Umiejętności	Ilustrowanie abstrakcyjnych definicji przykładami, prowadzenie elementarnych rozumowań.
Kursy	Wstęp do logiki i teorii mnogości, Algebra liniowa 1, 2, Algebra abstrakcyjna 1

## Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 w zaawansowanym stopniu zna podstawowe twierdzenia z głównych działów matematyki i rozumie budowę teorii matematycznych	K_W01
	W02 rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także pojęcie istotności założeń twierdzenia	K_W02
	W03 zna przykłady ilustrujące konkretne pojęcia matematyczne, jak i rozumowania pozwalające obalić błędne hipotezy	K_W03
	W04 zna i rozumie pojęcie relacji, w tym pojęcia relacji równoważności i relacji porządkujących oraz ich zastosowania, zna pojęcie funkcji jako relacji i podstawowe własności funkcji, w tym własności obrazu i przeciwobrazu zbioru poprzez funkcję	K_W06
	W05 zna własności algebraiczne i porządkowe w zbiorze liczb rzeczywistych, zna definicje kresów zbioru oraz aksjomat ciągłości i podstawowe jego konsekwencje	K_W07
	W06 zna i rozumie definicje i podstawowe własności grup, pierścieni i ciał oraz zna przykłady ilustrujące konkretne pojęcia z tego zakresu, zna pojęcia podgrupy normalnej i ideału pierścienia, zna konstrukcje grupy ilorazowej i pierścienia ilorazowego oraz ich własności	K_W21
	W07 zna pojęcia homomorfizmu struktur algebraicznych (grup, pierścieni), jądra i obrazu homomorfizmu, rozumie znaczenie izomorfizmów	K_W22
	W08 zna podstawowe własności pierścienia wielomianów, w tym twierdzenia z teorii podzielności, zna metody wyznaczania największego wspólnego dzielnika i najmniejszej wspólnej wielokrotności	K_W23

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	U01 potrafi posługiwać się językiem i twierdzeniami z głównych działów matematyki	K_U01
	U02 umie prowadzić dowody metodą indukcji matematycznej, potrafi definiować rekurencyjnie funkcje i relacje, potrafi definiować obiekty matematyczne drogą konstruowania struktur ilorazowych lub produktów kartezyjskich	K_U03
	U03 rozróżnia rodzaje nieskończoności i typy porządków w zbiorach, umie operować pojęciem liczby rzeczywistej; zna przykłady liczb niewymiernych i przestępnych	K_U04
	U04 dostrzega obecność struktur algebraicznych (grupy, pierścienia, ciała, przestrzeni liniowej) w różnych zagadnieniach matematycznych, potrafi posługiwać się pojęciami homomorfizmu, izomorfizmu i automorfizmu struktur algebraicznych	K_U15
	U05 potrafi korzystać z podstawowych twierdzeń teorii podzielności, w tym do wyznaczania pierwiastków wielomianów i badania ich nierozkładalności	K_U16
	U06 potrafi samodzielnie planować własne uczenie się i rozumie, że należy doskonalić tego typu umiejętności przez całe życie	K_U34

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Kompetencje społeczne	K01 zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie znaczenie wiedzy w rozwiązywaniu problemów teoretycznych i praktycznych	K_K01
	K02 potrafi formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania	K_K02

Organizacja												
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach										
		A		K		L		S		P		E
Liczba godzin	7	0		13		0		0		0		0

## Opis metod prowadzenia zajęć

Wykład. Zajęcia tablicowe. Ćwiczenia sprawdzające. Praca w grupach.

## Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny*	Projekt grupowy*	Udział w dyskusji	Referat*	Praca pisemna (esej)*	Egzamin ustny**	Egzamin pisemny**	Inne
W01								X	X	X	X	X	X
W02								X	X	X	X	X	X
W03								X	X	X	X	X	X
W04								X	X	X	X	X	X
W05								X		X	X	X	X
W06								X		X	X	X	X
W07								X		X	X	X	X
W08								X		X	X	X	X
U01								X	X	X	X	X	
U02								X	X	X	X	X	
U03								X		X	X	X	
U04								X		X	X	X	
U05								X		X	X	X	
U06								X					
K01								X					
K02								X					

\*,\*\* formy sprawdzania zostaną wybrane na początku semestru przez koordynatora i zespół dydaktyczny

Kryteria oceny	Podstawą do uzyskania pozytywnej oceny końcowej jest aktywny udział w zajęciach, uzyskanie co najmniej 50% punktów ze sprawdzianów pisemnych oraz oceny pozytywnej z egzaminu.
----------------	--

Uwagi	
-------	--

## Treści merytoryczne (wykaz tematów)

<p>1. Pierścienie</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-podstawowe definicje i przykłady (podpierścieni -centrum pierścienia, dzielniki zera, grupa elementów odwracalnych, pierścieni całkowity, pierścieni z dzieleniem -pierścieni kwaternionów, ciała)</li> <li>-pierścienie reszt (tw. Eulera, małe tw. Fermata, cechy podzielności liczb naturalnych)</li> <li>-pierścienie wielomianów (pierścieni wielomianów wielu zmiennych nad pierścieniem przemiennym, stopień wielomianu)</li> <li>-ideały w pierścieniach przemiennych (ideał generowany przez zbiór, ideały główne, pierścienie ilorazowe, tw. chińskie o resztach, ideały pierwsze i maksymalne)</li> <li>-homomorfizmy pierścieni (jądro, obraz, twierdzenia o izomorfizmach kanonicznych)</li> <li>-podzielność w pierścieniach wielomianów nad ciałem (dzielenie z resztą, tw. Bezouta, schemat Hornera, pierwiastki wielomianu, wielomiany symetryczne, wzory Viete'a, algorytm Euklidesa, wielomiany nierozkładalne nad pierścieniem całkowitym)</li> </ul> <p>2. Ciała</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-podstawowe definicje i przykłady (charakterystyka ciała, ciało ułamków pierścienia całkowitego)</li> <li>- liczby algebraiczne, liczby przestępne</li> </ul>
--

## Wykaz literatury podstawowej

<ol style="list-style-type: none"> <li>1. A. Białynicki -Birula, Algebra, PWN, 1971</li> <li>2. J. Rutkowski, Algebra abstrakcyjna w zadaniach, PWN, Warszawa 2012</li> </ol>
---

## Wykaz literatury uzupełniającej

<ol style="list-style-type: none"> <li>1. W. J. Gilbert, W. K. Nicholson, Algebra współczesna z zastosowaniami, WNT 2008</li> <li>2. Gleichgewicht, Algebra, GiS 2004</li> <li>3. A. I. Kostrikin, Wstęp do algebry, t.1, t.3, PWN 2004</li> <li>4. Z. Opial, Algebra wyższa, PWN 1976</li> <li>5. O. Artemowicz, A. Piękosz, Algebra, Wyd.PK 2010</li> <li>6. T. W. Hungerford, Algebra, Springer 1974</li> <li>7. W. Marzantowicz, P. Zarzycki, Elementy teorii liczb, Wyd. Naukowe UAM 1999</li> <li>8. K. Spindler, Abstract Algebra with Applications, vol.I-II, Marcel Dekker 1994</li> <li>9. E. B. Vinberg, A Course in Algebra, AMS 2003</li> </ol>
--

## Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	7
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	13
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	14
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	26
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	5
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	0
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	35
Ogółem bilans czasu pracy		100
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		4

## Seminarium dyplomowe I

### KARTA KURSU

Nazwa	Seminarium dyplomowe I
Nazwa w j. ang.	Diplom seminar I

Koordynator	Dyrektor Instytutu Matematyki	Zespół dydaktyczny
		Pracownicy Instytutu Matematyki
Punktacja ECTS*	2	

#### Opis kursu (cele kształcenia)

Poszerzenie wiadomości z wybranych działów matematyki lub dydaktyki matematyki w zakresie niezbędnym do przygotowania pracy licencjackiej

#### Warunki wstępne

Wiedza	Znajomość podstawowych treści z kursów z lat wcześniejszych.
Umiejętności	Umiejętność korzystania z literatury matematycznej, także w języku angielskim.
Kursy	

## Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 w zaawansowanym stopniu zna podstawowe twierdzenia z głównych działów matematyki i rozumie budowę teorii matematycznych	K_W01
	W02 rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także pojęcie istotności założeń twierdzenia	K_W02
	W03 zna przykłady ilustrujące konkretne pojęcia matematyczne, jak i rozumowania pozwalające obalić błędne hipotezy	K_W03
	W04 zna obowiązujące zasady bezpieczeństwa i higieny pracy oraz podstawowe pojęcia i zasady z zakresu ochrony prawa autorskiego	K_W38

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	U01 potrafi posługiwać się językiem i twierdzeniami z głównych działów matematyki	K_U01
	U02 potrafi w sposób zrozumiały, w mowie i na piśmie przedstawiać rozumowania matematyczne, formułować twierdzenia i definicje z użyciem specjalistycznej terminologii	K_U26
	U03 potrafi mówić o zagadnieniach matematycznych zrozumiałym, potocznym językiem	K_U27
	U04 posługuje się co najmniej jednym językiem obcym na poziomie średniozaawansowanym (B2)	K_U31
	U05 potrafi planować i organizować pracę indywidualną, jest świadomy znaczenia systematycznej pracy nad projektami, które mają długofalowy charakter	K_U32
	U06 potrafi samodzielnie planować własne uczenie się i rozumie, że należy doskonalić tego typu umiejętności przez całe życie	K_U34
	U07 potrafi samodzielnie wyszukiwać informacje w literaturze i Internecie, także w językach obcych	K_U35



Kompetencje społeczne	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
	<p>K01 potrafi formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania</p> <p>K02 jest przekonany o znaczącej roli etyki w działalności zawodowej i prowadzeniu działalności gospodarczej, rozumie i docenia znaczenie uczciwości intelektualnej w działaniach własnych i innych osób</p>	<p>K_K02</p> <p>K_K06</p>

Forma zajęć	Organizacja							
	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach						
		A	K	L	S	P	E	
Liczba godzin	0	0	0	0	10	0	0	

## Opis metod prowadzenia zajęć

Zajęcia seminaryjne

## Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny*	Projekt grupowy*	Udział w dyskusji	Referat*	Praca pisemna (esej)*	Egzamin ustny**	Egzamin pisemny**	Inne
W01								X	X	X			X
W02								X	X	X			X
W03								X	X	X			X
W04								X					X
U01								X	X	X			
U02								X	X	X			
U03								X	X	X			
U04								X		X			
U05								X					
U06								X					
U07								X					
K01								X					
K02								X	X	X			

\*,\*\* formy sprawdzania zostaną wybrane na początku semestru przez koordynatora i zespół dydaktyczny

Kryteria oceny	Podstawą zaliczenia jest aktywny udział w zajęciach.
----------------	--

Uwagi	Podstawą zaliczenia jest aktywny udział w zajęciach.
-------	--

#### Treści merytoryczne (wykaz tematów)

Zostaną podane przez prowadzącego zajęcia po wyborze tematyki pracy dyplomowej
--

#### Wykaz literatury podstawowej

Zostaną podane przez prowadzącego zajęcia po wyborze tematyki pracy dyplomowej
--

#### Wykaz literatury uzupełniającej

Zostaną podane przez prowadzącego zajęcia po wyborze tematyki pracy dyplomowej
--

#### Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	0
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	10
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	10
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	20
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	10
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	0
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	0
Ogółem bilans czasu pracy		50
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		2

## Elementy statystyki matematycznej

### KARTA KURSU

Nazwa	Elementy statystyki matematycznej
Nazwa w j. ang.	Mathematical Statistics

Koordynator	Kierownik Katedry Analizy Matematycznej i Zastosowań	Zespół dydaktyczny
		Katedra Analizy Matematycznej i Zastosowań
Punktacja ECTS*	4	

#### Opis kursu (cele kształcenia)

Zapoznanie studentów z podstawowymi pojęciami statystyki opisowej i statystyki matematycznej. Kształtowanie umiejętności planowania, przeprowadzania badań statystycznych (w tym zbierania i gromadzenia danych) oraz opracowania zebranych danych. Kształtowanie umiejętności interpretacji otrzymanych wyników oraz udzielania odpowiedzi na postawione wcześniej racjonalne pytania problemowe (w określonej sytuacji rzeczywistej). Kształtowanie intuicji probabilistycznych poprzez rozwiązywanie zadań powstałych na tle różnych sytuacji życiowych, ukazywanie pojęć, metod i wnioskowań probabilistycznych jako matematycznych narzędzi opisu i badania rzeczywistości, ukazywanie przykładów stosowania matematyki z wyraźnym podziałem na: fazę matematyzacji, fazę rachunków i dedukcji oraz fazę interpretacji.

#### Warunki wstępne

Wiedza	Wiedza z kursu: Rachunek prawdopodobieństwa.
Umiejętności	Umiejętności nabyte na kursie: Rachunek prawdopodobieństwa.
Kursy	Rachunek prawdopodobieństwa

## Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 w zaawansowanym stopniu zna podstawowe twierdzenia z głównych działów matematyki i rozumie budowę teorii matematycznych	K_W01
	W02 zna klasyczną i aksjomatyczną definicję przestrzeni probabilistycznej oraz definicję prawdopodobieństwa geometrycznego, zna pojęcie prawdopodobieństwa warunkowego, zdarzeń niezależnych, twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym i wzór Bayesa	K_W25
	W03 zna definicję zmiennej losowej i jej rozkładu prawdopodobieństwa, pojęcie niezależności zmiennych losowych oraz przykłady rozkładów zmiennych losowych, zna wybrane rodzaje zbieżności ciągów zmiennych losowych, prawa wielkich liczb i centralne twierdzenia graniczne	K_W26
	W04 zna i rozumie podstawowe metody opisu statystycznego, zna pojęcie estymatora i jego własności oraz metodę największej wiarygodności, zna pojęcie przedziału ufności oraz przykłady weryfikacji hipotez statystycznych	K_W27
	W05 zna podstawy technik obliczeniowych i programowania, wspomagających pracę matematyka i rozumie ich ograniczenia	K_W31
	W06 rozumie rolę i znaczenie matematyki i jej zastosowań dla rozwoju jednostki i społeczeństwa, zna podstawowe dylematy współczesnej cywilizacji, przy których wyjaśnieniu może być pomocna matematyka	K_W33
	W07 zna narzędzia matematyczne przydatne do tworzenia i analizy prostych modeli matematycznych w naukach ekonomicznych, przyrodniczych i technicznych	K_W34
	W08 zna ekonomiczne, prawne i etyczne uwarunkowania różnych rodzajów działalności związanej z wykorzystywaniem wiedzy matematycznej	K_W35

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	U01 potrafi posługiwać się językiem i twierdzeniami z głównych działów matematyki	K_U01
	U02 posługuje się pojęciem przestrzeni probabilistycznej; potrafi zbudować i przeanalizować model matematyczny eksperymentu losowego, umie stosować wzór na prawdopodobieństwo całkowite i wzór Bayesa	K_U18
	U03 potrafi podać różne przykłady dyskretnych i ciągłych rozkładów prawdopodobieństwa i omówić wybrane eksperymenty losowe oraz modele matematyczne, w jakich te rozkłady występują; umie zastosować podstawowe rozkłady w praktyce	K_U19
	U04 potrafi wyznaczyć parametry rozkładu zmiennej losowej o rozkładzie dyskretnym i ciągłym; potrafi wykorzystać twierdzenia graniczne i prawa wielkich liczb do szacowania prawdopodobieństw	K_U20
	U05 umie posłużyć się statystycznymi charakterystykami populacji i ich odpowiednikami próbkowymi, umie planować badania i prowadzić proste wnioskowania statystyczne (indywidualnie lub w zespole), także z wykorzystaniem narzędzi komputerowych	K_U21
	U06 potrafi interpretować i wyjaśniać zależności funkcyjne, ujęte w postaci wzorów, tabel, wykresów, schematów i wykorzystywać je w zagadnieniach praktycznych	K_U30

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Kompetencje społeczne	K01 zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie znaczenie wiedzy w rozwiązywaniu problemów teoretycznych i praktycznych	K_K01
	K02 potrafi formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania	K_K02

Organizacja												
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach										
		A		K		L		S		P		E
Liczba godzin	7	0		0		13		0		0		0

## Opis metod prowadzenia zajęć

Wykład, aktywność na zajęciach, praca laboratoryjna

## Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny*	Projekt grupowy*	Udział w dyskusji	Referat*	Praca pisemna (esej)*	Egzamin ustny**	Egzamin pisemny**	Inne
W01								X	X	X			X
W02								X		X			X
W03								X	X	X			X
W04								X	X	X			X
W05								X	X				X
W06								X	X				X
W07								X	X				X
W08								X					X
U01								X	X	X			
U02								X		X			
U03								X		X			
U04								X	X	X			
U05								X	X	X			
U06								X	X				
K01								X					
K02								X					

\*,\*\* formy sprawdzania zostaną wybrane na początku semestru przez koordynatora i zespół dydaktyczny

Kryteria oceny	Ocena z przedmiotu jest średnią ważoną i uwzględnia: w 50% ocenę z laboratorium oraz w 50% ocenę z ćwiczeń.
----------------	---

Uwagi	
-------	--

## Treści merytoryczne (wykaz tematów)

Statystyka opisowa. Informacja o elementach wnioskowania statystycznego. Populacja. Cecha. Próbkę jako dane statystyczne. Estymator. Średnia z próbki jako estymator. Estymator zgodny. Estymacja. Metoda największej wiarygodności. Proste przykłady weryfikacji hipotez. Obszar krytyczny. Test istotności. Informacja o rozkładach ciągłych. Podstawowe typy rozkładów ciągłych (w tym rozkład normalny) i ich własności. Arkusz kalkulacyjny Excel jako narzędzie do obróbki statystycznej.

## Wykaz literatury podstawowej

1. J. Buga, H. Kassyk-Rokicka, Podstawy statystyki opisowej, VIZJA PRESS&IT, 2008.
2. M. Parlińska, J. Parliński, Badania statystyczne z Excelem, Wydawnictwo SGGW, Warszawa 2007.
3. Z. Smogur, Excel w zastosowaniach inżynierskich, Wydawnictwo Helion, Gliwice 2008.
4. A. Płocki, Stochastyka dla nauczyciela, Wydawnictwo NOVUM, Płock 2007
5. S. Kot, J. Jakubowski, A. Sokołowski, Statystyka, Difin, Warszawa 2011.

## Wykaz literatury uzupełniającej

1. M. Krzyśko, Statystyka matematyczna, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 2004
2. J. Jakubowski, R. Sztencel, Prawdopodobieństwo dla (prawie) każdego, SCRIPT, 2002.
3. L.T. Kubik, Rachunek prawdopodobieństwa, PWN, Warszawa 1980.
4. J. Ombach, Wprowadzenie do metod probabilistycznych wspomaganie komputerowo - MAPLE, Wydawnictwo Naukowe PWSZ w Nowym Sączu, Nowy Sącz 2006. \
5. W. Sadowski, Statystyka matematyczna, PWN, Warszawa 1969.

## Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	7
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	13
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	14
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	26
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	10
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	0
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	30
Ogółem bilans czasu pracy		100
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		4

## Angielska terminologia w algebrze i geometrii

### KARTA KURSU

Nazwa	Angielska terminologia w algebrze i geometrii
Nazwa w j. ang.	English terminology in algebra and geometry

Koordynator	Dyrektor Instytutu Matematyki	Zespół dydaktyczny
		Pracownicy Instytutu Matematyki
Punktacja ECTS*	1	

#### Opis kursu (cele kształcenia)

Celem kursu jest przypomnienie i rozwinięcie znajomości angielskiego słownictwa matematycznego, głównie w zakresie algebry i geometrii, w stopniu ułatwiającym korzystanie z angielskojęzycznych tekstów matematycznych (podręczniki, monografie, artykuły naukowe).

#### Warunki wstępne

Wiedza	Podstawowe pojęcia matematyczne w zakresie matematyki szkolnej i matematyki wyższej w zakresie pierwszych lat studiów
Umiejętności	Umiejętność uważnego i krytycznego czytania tekstów matematycznych
Kursy	Algebra liniowa, geometria elementarna, algebra abstrakcyjna



## Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 zna pojęcia przestrzeni liniowej, jej bazy i odwzorowania liniowego, zna pojęcie wartości własnej, wektora własnego i podprzestrzeni niezmienniczej oraz ich zastosowania, rozumie sens geometryczny tych pojęć	K_W19
	W02 zna i rozumie pojęcie iloczynu skalarnego oraz normy wektora oraz bazy ortogonalnej i ortonormalnej, zna pojęcia formy dwuliniowej i kwadratowej oraz pojęcie macierzy formy w bazie przestrzeni	K_W20
	W03 zna i rozumie definicje i podstawowe własności grup, pierścieni i ciał oraz zna przykłady ilustrujące konkretne pojęcia z tego zakresu, zna pojęcia podgrupy normalnej i ideału pierścienia, zna konstrukcje grupy ilorazowej i pierścienia ilorazowego oraz ich własności	K_W21
	W04 zna pojęcia homomorfizmu struktur algebraicznych (grup, pierścieni), jądra i obrazu homomorfizmu, rozumie znaczenie izomorfizmów	K_W22
	W05 zna podstawowe własności pierścienia wielomianów, w tym twierdzenia z teorii podzielności, zna metody wyznaczania największego wspólnego dzielnika i najmniejszej wspólnej wielokrotności	K_W23
	W06 zna aksjomatykę i podstawowe twierdzenia geometrii euklidesowej	K_W28
	W07 zna pojęcia krzywej algebraicznej i powierzchni algebraicznej stopnia 2 oraz ich własności i przykłady	K_W29
	W08 zna klasyczne konstrukcje geometryczne oraz twierdzenie o konstruowalności wielokątów foremnych klasycznymi środkami	K_W30

Umiejętności	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych

U01	posługuje się pojęciami: przestrzeni liniowej, wektora, bazy przestrzeni liniowej, przekształcenia liniowego, macierzy, umie obliczać wyznaczniki i zna ich własności; potrafi podać: interpretacje geometryczne wartości bezwzględnej wyznaczników drugiego i trzeciego stopnia, zna przykłady wykorzystywania wyznaczników w analizie matematycznej	K_U12
U02	rozwiązuje układy równań liniowych, potrafi posłużyć się geometryczną interpretacją rozwiązań	K_U13
U03	znajduje macierze przekształceń liniowych w różnych bazach; oblicza wartości własne oraz wektory własne macierzy i potrafi wyjaśnić sens geometryczny tych pojęć	K_U14
U04	dostrzega obecność struktur algebraicznych (grupy, pierścienia, ciała, przestrzeni liniowej) w różnych zagadnieniach matematycznych, potrafi posługiwać się pojęciami homomorfizmu, izomorfizmu i automorfizmu struktur algebraicznych	K_U15
U05	potrafi korzystać z podstawowych twierdzeń teorii podzielności, w tym do wyznaczania pierwiastków wielomianów i badania ich nierozkładalności	K_U16
U06	potrafi stosować poznane twierdzenia geometrii euklidesowej do rozwiązywania problemów, umie wykonać wybrane konstrukcje geometryczne	K_U22
U07	potrafi opisywać przy pomocy wzorów i badać własności podstawowych krzywych i powierzchni	K_U23
U08	potrafi brać udział w debacie przedstawiając własne opinie i oceniać różne stanowiska na temat wybranych zagadnień matematycznych oraz praktycznych zastosowań modeli matematycznych	K_U29
U09	posługuje się co najmniej jednym językiem obcym na poziomie średniozaawansowanym (B2)	K_U31
U10	potrafi pracować zespołowo, przyjmując w niej różne role, jest świadomy znaczenia wysiłku zespołowego dla pomyślności różnych przedsięwzięć	K_U33

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Kompetencje społeczne	K01 wykazuje gotowość do wypełniania zobowiązań społecznych i uczestniczenia w działaniach na rzecz interesu publicznego związanych z charakterem pracy typowej dla absolwentów studiów na kierunku matematyka	K_K03
	K02 wykazuje gotowość odpowiedzialnego pełnienia ról zawodowych wymagających kompetencji zdobywanych w ramach studiów na kierunku matematyka	K_K05

Organizacja												
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach										
		A		K		L		S		P		E
Liczba godzin	0	10		0		0		0		0		0

## Opis metod prowadzenia zajęć

Dyskusja nad omawianym tekstem – praca zespołowa i indywidualna. Prezentacja tematów przygotowanych przez studentów

## Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny*	Projekt grupowy*	Udział w dyskusji	Referat*	Praca pisemna (esej)*	Egzamin ustny**	Egzamin pisemny**	Inne
W01								X		X			X
W02								X		X			X
W03								X		X			X
W04								X		X			X
W05								X		X			X
W06								X	X	X			X
W07								X		X			X
W08								X	X	X			X
U01								X		X			
U02								X		X			
U03								X		X			
U04								X		X			
U05								X		X			
U06								X	X	X			
U07								X		X			
U08								X		X			
U09								X		X			
U10								X					
K01								X					
K02								X					

\*,\*\* formy sprawdzania zostaną wybrane na początku semestru przez koordynatora i zespół dydaktyczny

Kryteria oceny	Podstawą zaliczenia jest aktywny udział w zajęciach.
----------------	--

Uwagi	Podstawą zaliczenia jest aktywny udział w zajęciach.
-------	--

## Treści merytoryczne (wykaz tematów)

Liczby, podstawowe działania algebraiczne i ich własności, macierze i układy równań, elementy algebry i algebry liniowej, elementy geometrii elementarnej.

## Wykaz literatury podstawowej

A. Krukiewicz-Gacek, A. Trzaska, English for Mathematics (3. wydanie), Wydawnictwo AGH, Kraków 2012

## Wykaz literatury uzupełniającej

Fragmenty podręczników i monografii matematycznych, angielskojęzyczne strony internetowe.

## Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	0
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	10
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	0
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	10
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	5
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	
Ogółem bilans czasu pracy		25
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		1

## Semestr 6

### Geometria KARTA KURSU

Nazwa	Geometria
Nazwa w j. ang.	Geometry

Koordynator	Kierownik Katedry Geometrii i Algebry	Zespół dydaktyczny
		Katedra Geometrii i Algebry
Punktacja ECTS*	4	

#### Opis kursu (cele kształcenia)

Zapoznanie studentów z teorią krzywych i powierzchni algebraicznych drugiego stopnia oraz konstrukcjami geometrycznymi i ich związkami z algebrą.  
The purpose of this course is to introduce to students geometry of curves and surfaces of degree 2, discuss connections between geometric constructions and algebra.

#### Warunki wstępne

Wiedza	Podstawowe wiadomości z zakresu analizy matematycznej (pochodna), algebry liniowej (iloczyn skalarny, iloczyn wektorowy, norma), algebry (ciało, element algebraiczny, stopień elementu algebraicznego, rozszerzenie algebraiczne, stopień rozszerzenia), arytmetyki (liczba pierwsza, liczba Fermata), logiki (aksjomat, twierdzenie, teoria, model).
Umiejętności	Potrafi wykonywać działania.
Kursy	Geometria 1, Algebra liniowa 2, Algebra abstrakcyjna 1, 2, Analiza 3

## Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 w zaawansowanym stopniu zna podstawowe twierdzenia z głównych działów matematyki i rozumie budowę teorii matematycznych	K_W01
	W02 rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także pojęcie istotności założeń twierdzenia	K_W02
	W03 zna przykłady ilustrujące konkretne pojęcia matematyczne, jak i rozumowania pozwalające obalić błędne hipotezy	K_W03
	W04 zna pojęcia krzywej algebraicznej i powierzchni algebraicznej stopnia 2 oraz ich własności i przykłady	K_W29
	W05 zna klasyczne konstrukcje geometryczne oraz twierdzenie o konstruowalności wielokątów foremnych klasycznymi środkami	K_W30

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	U01 potrafi posługiwać się językiem i twierdzeniami z głównych działów matematyki	K_U01
	U02 potrafi stosować poznane twierdzenia geometrii euklidesowej do rozwiązywania problemów, umie wykonać wybrane konstrukcje geometryczne	K_U22
	U03 potrafi opisywać przy pomocy wzorów i badać własności podstawowych krzywych i powierzchni	K_U23
	U04 potrafi wyjaśniać związki i relacje między matematyką elementarną a matematyką wyższą	K_U28
	U05 potrafi samodzielnie planować własne uczenie się i rozumie, że należy doskonalić tego typu umiejętności przez całe życie	K_U34

Kompetencje społeczne	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
	K01 zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie znaczenie wiedzy w rozwiązywaniu problemów teoretycznych i praktycznych	K_K01
K02 potrafi formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania	K_K02	

Organizacja									
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach							
		A	K	L	S	P	E		
Liczba godzin	8	0	12	0	0	0	0		

## Opis metod prowadzenia zajęć

Wykład, zadania tablicowe, praca w grupie, dyskusje.

## Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny*	Projekt grupowy*	Udział w dyskusji	Referat*	Praca pisemna (esej)*	Egzamin ustny**	Egzamin pisemny**	Inne
W01						X	X	X					X
W02						X	X	X					X
W03						X	X	X					X
W04								X					X
W05						X		X					X
U01						X	X	X					
U02						X	X	X					
U03								X					
U04						X	X	X					
U05						X		X					
K01						X		X					
K02						X		X					

\*,\*\* formy sprawdzania zostaną wybrane na początku semestru przez koordynatora i zespół dydaktyczny



Kryteria oceny	Zaliczenie – na podstawie kolokwiów, kartkówek oraz aktywnego uczestnictwa w zajęciach a także na podstawie projektów indywidualnych i grupowych, o ile takie będą realizowane w danym roku akademickim.
Uwagi	Wybór konkretnych form sprawdzania wiedzy i umiejętności zależy od prowadzącego przedmiot w danym roku. Prowadzący może w szczególności zrezygnować z pewnych form sprawdzania.

### Treści merytoryczne (wykaz tematów)

1. Krzywe algebraiczne i powierzchnie algebraiczne stopnia 2. Krzywe stożkowe; podstawowe własności afiniczne i metryczne krzywych stożkowych: środek, średnice, bieguny, biegunowe, asymptoty, ogniska i kierownice. Czwórka harmoniczna punktów. Stożki, walce, hiperboloidy, paraboloidy, elipsoidy; podstawowe własności afiniczne i metryczne tych powierzchni. Płaskie przekroje powierzchni stożkowych. Powierzchnie prostokątne, powierzchnie obrotowe i powierzchnie powstałe przez przesuwanie krzywej po krzywej. Klasyfikacja afiniczna i metryczna krzywych oraz powierzchni stopnia 2.

2. Klasyczne konstrukcje geometryczne, konstruowalność w ujęciu algebraicznym – twierdzenie Wantzela. Przykłady konstrukcji niewykonalnych środkami klasycznymi (np. podwojenie sześciianu, kwadratura koła, rektyfikacja okręgu, trysekcja pewnych kątów), rozwiązanie tych problemów nieklasycznymi środkami. Twierdzenie Gaussa o konstruowalności wielokątów foremnych klasycznymi środkami. Konstrukcje wybranych wielokątów foremnych, rozwiązanie problemu z użyciem kwadratury Hipiasza

### Wykaz literatury podstawowej

1. F. Leja, Geometria analityczna, PWN, Warszawa 1970
2. M. Bryński, W. Włodarski, Konstrukcje geometryczne, WSiP, Warszawa 1979

### Wykaz literatury uzupełniającej

1. K. Borsuk, Geometria analityczna wielowymiarowa, PWN, Warszawa 1976
2. M. Stark, Geometria analityczna ze wstępem do geometrii wielowymiarowej, PWN, Warszawa, 1972
3. S. Przybyło, A. Szlachetowski, Algebra i wielowymiarowa geometria analityczna w zadaniach, WNT, Warszawa 1993
4. A. I. Kostrikin, Wstęp do algebry, część 2: Algebra liniowa, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2004
5. Z. Krygowska, Konstrukcje geometryczne na płaszczyźnie, PWN, Warszawa 1958
6. J. Browkin, Teoria ciał, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1977
7. M. Audin, Geometry, Springer 2003
8. H. S. M. Coxeter, Wstęp do geometrii dawnej i nowej, PWN, Warszawa 1967
9. R. Hartshorne, Geometry: Euclid and beyond, Springer, New York 2000

## Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	8
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	12
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	14
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	14
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	0
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	10
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	42
Ogółem bilans czasu pracy		100
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		4

## Podstawy przedsiębiorczości

### KARTA KURSU

Nazwa	Podstawy przedsiębiorczości	
Nazwa w j. ang.	Basics of Entrepreneurship	
Koordynator	Dyrektor Instytutu Matematyki	Zespół dydaktyczny
		Pracownicy IM
Punkcja ECTS*	1	

#### Opis kursu (cele kształcenia)

Student poznaje różne przejawy postawy przedsiębiorczej. Zna podstawowe zasady rejestrowania i prowadzenia działalności gospodarczej w różnych formach organizacyjno-prawnych. Pozna zasady zarządzania we własnej firmie. Posiada umiejętność stworzenia biznes planu. Jest przekonany o znaczącej roli przedsiębiorczości w życiu zawodowym i prywatnym człowieka, w funkcjonowaniu przedsiębiorstw oraz w rozwoju społeczno-gospodarczym. Student poznaje mechanizmy rządzące światowymi rynkami finansowymi oraz jest świadom różnych form inwestowania, m.in. w nieruchomości. Posiada wiedzę z zakresu rozwoju form pieniądza, ze szczególnym uwzględnieniem kryptowalut.

#### Warunki wstępne

Wiedza	Rozumienie podstawowych pojęć ekonomicznych (w zakresie programu zajęć z podstaw przedsiębiorczości w szkole średniej)
Umiejętności	
Kursy	

## Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 zna ekonomiczne, prawne i etyczne uwarunkowania różnych rodzajów działalności związanej z wykorzystywaniem wiedzy matematycznej	K_W35
	W02 zna podstawowe pojęcia z zakresu przedsiębiorczości oraz znaczenie przedsiębiorczości w życiu człowieka oraz w rozwoju przedsiębiorstw	K_W36
	W03 zna metody organizacji i zarządzania przedsiębiorstwem oraz podstawowe zasady marketingu	K_W37

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	U01 potrafi brać udział w debacie przedstawiając własne opinie i oceniać różne stanowiska na temat wybranych zagadnień matematycznych oraz praktycznych zastosowań modeli matematycznych	K_U29
	U02 potrafi planować i organizować pracę indywidualną, jest świadomy znaczenia systematycznej pracy nad projektami, które mają długofalowy charakter	K_U32
	U03 potrafi pracować zespołowo, przyjmując w niej różne role, jest świadomy znaczenia wysiłku zespołowego dla pomyślności różnych przedsięwzięć	K_U33

Kompetencje społeczne	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
	K01 wykazuje gotowość do wypełniania zobowiązań społecznych i uczestniczenia w działaniach na rzecz interesu publicznego związanych z charakterem pracy typowej dla absolwentów studiów na kierunku matematyka	
K02 dostrzega zalety myślenia i działania w sposób przedsiębiorczy w dążeniu do realizacji podjętych zadań		K_K04
K03 jest przekonany o znaczącej roli etyki w działalności zawodowej i prowadzeniu działalności gospodarczej, rozumie i docenia znaczenie uczciwości intelektualnej w działaniach własnych i innych osób		K_K06

Organizacja												
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach										
		A		K		L		S		P		E
Liczba godzin	15	0		0		0		0		0		0

## Opis metod prowadzenia zajęć

Wykład z elementami dyskusji.

## Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny*	Projekt grupowy*	Udział w dyskusji	Referat*	Praca pisemna (esej)*	Egzamin ustny**	Egzamin pisemny**	Inne
W01								X					X
W02								X					X
W03								X					X
U01								X					
U02								X					
U03								X					
K01								X					
K02								X					
K03								X					

\*,\*\* formy sprawdzania zostaną wybrane na początku semestru przez koordynatora i zespół dydaktyczny

Kryteria oceny	Ocena z przedmiotu wystawiona jest na podstawie obecności na zajęciach oraz pozytywnego wyniku testu (co najmniej 50%)
----------------	--

Uwagi	
-------	--

#### Treści merytoryczne (wykaz tematów)

- Formy organizacyjno-prawne działalności gospodarczej i klasyfikacja wielkościowa przedsiębiorstw.
- Procedura rejestracji działalności gospodarczej w różnych formach, ze szczególnym uwzględnieniem indywidualnej działalności.
- Podstawowe zasady sporządzania biznes-planu działalności i tworzenia modeli biznesowych.
- Podstawy zarządzania przedsiębiorstwem (przywództwo, zarządzanie ludźmi, zasobami)
- Marketing w przedsiębiorstwie
- Podatki i formy rozliczenia
- Formy i metody inwestowania
- Światowe rynki finansowe
- Zjawiska zachodzące na rynkach finansowych
- Historia i cechy pieniądza, pieniądz bezgotówkowy, kryptowaluty
- Inwestycje na rynkach nieruchomości

#### Wykaz literatury podstawowej

1. J. Cieślik (2010). Przedsiębiorczość dla ambitnych. wyd. 2, Warszawa: Wydawnictwa Akademickie i Profesjonalne ( <http://nowybiznes.edu.pl> )
2. S. Dorocki, W. Kilar, T. Rachwał, A. Świętek, M. Zdon-Korzeniowska. (2012). Biznes plan krok po kroku, Warszawa: Nowa Era
3. Portal NBP – tematyka różna ( <https://www.nbpportal.pl/wiedza> )
4. H. B. Mayo (2019). Inwestycje, Wydawnictwo Naukowe PWN
5. J. Czekał (2017). Rynki, instrumenty i instytucje finansowe, Wydawnictwo Naukowe PWN.

#### Wykaz literatury uzupełniającej

1. D. Sornette (2017) Why Stock Markets Crash: Critical Events in Complex Financial Systems, Princeton University Press.
2. M. Wątopek (2020) Ilościowe charakterystyki złożoności światowego rynku kryptowalut rozprawa doktorska <https://rifj.ifj.edu.pl/handle/item/315>
3. Stanisław Drożdż & Marcin Wątopek, Bitcoin [Scientia PAUperum] (547: str 2) [http://pauza.krakow.pl/547\\_2\\_2021](http://pauza.krakow.pl/547_2_2021) , Światowy rynek kryptowalut [Scientia PAUperum] (548: str 3) [http://pauza.krakow.pl/548\\_3\\_2021.pdf](http://pauza.krakow.pl/548_3_2021.pdf)
4. Borowiec-Gabryś M., Kilar W., Rachwał T. (2018). Przedsiębiorczość jako kompetencja przyszłości, W: Kompetencje przyszłości, red. S. Kwiatkowski, Seria Naukowa, tom 3, Warszawa
5. Griffin R.W. (2017). Podstawy zarządzania organizacjami, Warszawa: PWN (wyd. 3)

## Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	15
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	0
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	0
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	5
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	0
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	0
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	5
Ogółem bilans czasu pracy		25
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		1

## Seminarium dyplomowe II

### KARTA KURSU

Nazwa	Seminarium dyplomowe II
Nazwa w j. ang.	Diplom Seminar II

Koordynator	Dyrektor Instytutu Matematyki	Zespół dydaktyczny
		Pracownicy Instytutu Matematyki
Punktacja ECTS*	2	

#### Opis kursu (cele kształcenia)

Poszerzenie wiadomości z wybranych działów matematyki lub dydaktyki matematyki w zakresie niezbędnym do przygotowania pracy licencjackiej

#### Warunki wstępne

Wiedza	Znajomość podstawowych treści z kursów z lat wcześniejszych.
Umiejętności	Umiejętność korzystania z literatury matematycznej, także w języku obcym.
Kursy	

#### Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 w zaawansowanym stopniu zna podstawowe twierdzenia z głównych działów matematyki i rozumie budowę teorii matematycznych	K_W01
	W02 rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także pojęcie istotności założeń twierdzenia	K_W02
	W03 zna przykłady ilustrujące konkretne pojęcia matematyczne, jak i rozumowania pozwalające obalić błędne hipotezy	K_W03
	W04 zna obowiązujące zasady bezpieczeństwa i higieny pracy oraz podstawowe pojęcia i zasady z zakresu ochrony prawa autorskiego	K_W38



	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	U01 potrafi posługiwać się językiem i twierdzeniami z głównych działów matematyki	K_U01
	U02 potrafi w sposób zrozumiały, w mowie i na piśmie przedstawiać rozumowania matematyczne, formułować twierdzenia i definicje z użyciem specjalistycznej terminologii	K_U26
	U03 potrafi mówić o zagadnieniach matematycznych zrozumiałym, potocznym językiem	K_U27
	U04 posługuje się co najmniej jednym językiem obcym na poziomie średniozaawansowanym (B2)	K_U31
	U05 potrafi planować i organizować pracę indywidualną, jest świadomy znaczenia systematycznej pracy nad projektami, które mają długofalowy charakter	K_U32
	U06 potrafi samodzielnie planować własne uczenie się i rozumie, że należy doskonalić tego typu umiejętności przez całe życie	K_U34
	U07 potrafi samodzielnie wyszukiwać informacje w literaturze i Internecie, także w językach obcych	K_U35

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Kompetencje społeczne	K01 potrafi formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania	K_K02
	K02 jest przekonany o znaczącej roli etyki w działalności zawodowej i prowadzeniu działalności gospodarczej, rozumie i docenia znaczenie uczciwości intelektualnej w działaniach własnych i innych osób	K_K06

Organizacja												
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach										
		A		K		L		S		P		E
Liczba godzin	0	0		0		0		10		0		0

## Opis metod prowadzenia zajęć

Zajęcia seminaryjne

## Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny*	Projekt grupowy*	Udział w dyskusji	Referat*	Praca pisemna (esej)*	Egzamin ustny**	Egzamin pisemny**	Inne
W01								X	X	X			X
W02								X	X	X			X
W03								X	X	X			X
W04								X					X
U01								X	X	X			
U02								X	X	X			
U03								X	X	X			
U04								X		X			
U05								X					
U06								X					
U07								X					
K01								X					
K02								X	X	X			

\*,\*\* formy sprawdzania zostaną wybrane na początku semestru przez koordynatora i zespół dydaktyczny

Kryteria oceny

Podstawą zaliczenia jest aktywny udział w zajęciach.

Uwagi

Podstawą zaliczenia jest aktywny udział w zajęciach.

## Treści merytoryczne (wykaz tematów)

Zostaną podane przez prowadzącego zajęcia po wyborze tematyki pracy dyplomowej

## Wykaz literatury podstawowej

Zostaną podane przez prowadzącego zajęcia po wyborze tematyki pracy dyplomowej
--

## Wykaz literatury uzupełniającej

Zostaną podane przez prowadzącego zajęcia po wyborze tematyki pracy dyplomowej
--

## Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	0
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	10
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	10
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	15
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	15
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	0
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	0
Ogółem bilans czasu pracy		50
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		2

**Matematyka dyskretna****KARTA KURSU**

Nazwa	Matematyka dyskretna
Nazwa w j. ang.	Discrete mathematics

Koordynator	Kierownik Katedry Geometrii i Algebry	Zespół dydaktyczny
		Katedra Geometrii i Algebry
Punktacja ECTS*	3	

## Opis kursu (cele kształcenia)

Zapoznanie z podstawowymi pojęciami i metodami matematyki dyskretniej.

## Warunki wstępne

Wiedza	Prawa logiki, rachunku zdań i zbiorów. Relacje równoważnościowe i porządkujące. Zasada indukcji matematycznej. Funkcje jako relacje. Macierze.
Umiejętności	Dowodzenie praw rachunku zdań i zbiorów. Przeprowadzenie dowodu indukcyjnego. Graficzne przedstawianie relacji oraz interpretacja ich własności. Wykonywanie działań na macierzach.
Kursy	Wstęp do logiki i teorii mnogości, Algebra liniowa 1, Analiza matematyczna 1.

## Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 w zaawansowanym stopniu zna podstawowe twierdzenia z głównych działów matematyki i rozumie budowę teorii matematycznych	K_W01
	W02 rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także pojęcie istotności założeń twierdzenia	K_W02
	W03 zna przykłady ilustrujące konkretne pojęcia matematyczne, jak i rozumowania pozwalające obalić błędne hipotezy	K_W03
	W04 zna wybrane pojęcia z rachunku zdań i rachunku kwantyfikatorów, w tym tautologie rachunku zdań i prawa rachunku kwantyfikatorów, zna zasadę indukcji matematycznej oraz jej zastosowania	K_W04
	W05 zna sposoby określania zbioru oraz pojęcia algebry zbiorów i prawa rachunku zbiorów, zna pojęcia zbiorów równolicznych oraz przeliczalnych i nieprzeliczalnych	K_W05
	W06 zna podstawowe pojęcia i twierdzenia kombinatoryki	K_W24
	W07 zna podstawy technik obliczeniowych i programowania, wspomagających pracę matematyka i rozumie ich ograniczenia	K_W31

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	U01 potrafi posługiwać się językiem i twierdzeniami z głównych działów matematyki	K_U01
	U02 umie prowadzić dowody metodą indukcji matematycznej, potrafi definiować rekurencyjnie funkcje i relacje, potrafi definiować obiekty matematyczne drogą konstruowania struktur ilorazowych lub produktów kartezyjskich	K_U03
	U03 umie formułować i rozwiązywać problemy przy użyciu narzędzi matematyki dyskretnej (np. kombinatoryka, indukcja matematyczna)	K_U17
	U04 rozpoznaje problemy, w tym zagadnienia praktyczne, które można rozwiązać algorytmicznie; potrafi dokonać specyfikacji takich problemów	K_U24

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Kompetencje społeczne	K01 zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie znaczenie wiedzy w rozwiązywaniu problemów teoretycznych i praktycznych	K_K01
	K02 potrafi formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania	K_K02

Organizacja												
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach										
		A		K		L		S		P		E
Liczba godzin	5	0		8		0		0		0		0

## Opis metod prowadzenia zajęć

Wykład. Zajęcia tablicowe. Dyskusje. Praca w grupach.

## Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny*	Projekt grupowy*	Udział w dyskusji	Referat*	Praca pisemna (esej)*	Egzamin ustny**	Egzamin pisemny**	Inne
W01						X	X	X					X
W02						X	X	X					X
W03						X	X	X					X
W04						X		X					X
W05						X		X					X
W06								X					X
W07						X	X	X					X
U01						X	X	X					
U02						X		X					
U03								X					
U04						X	X	X					
K01						X		X					
K02						X		X					

\*,\*\* formy sprawdzania zostaną wybrane na początku semestru przez koordynatora i zespół dydaktyczny

Kryteria oceny	Podstawą zaliczenia jest aktywny udział w zajęciach.
----------------	--

Uwagi	
-------	--

## Treści merytoryczne (wykaz tematów)

<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Elementy kombinatoryki, metody przeliczania obiektów kombinatorycznych, teoria zbiorów.</li> <li>2. Pojęcie grafów i spójności grafów.</li> <li>3. Drzewa.</li> <li>4. Cykle Eulera i Hamiltona.</li> <li>5. Zagadnienia związane z poruszaniem się po grafach.</li> <li>6. Grafy planarne, dualność w teorii grafów.</li> <li>7. Kolorowanie wierzchołkowe i planarne.</li> </ol>
--

## Wykaz literatury podstawowej

R. J. Wilson, Wprowadzenie do teorii grafów, WN PWN, Warszawa, 2007
---

## Wykaz literatury uzupełniającej

<ol style="list-style-type: none"> <li>1. K. A. Ross, Ch. R. B. Wright, Matematyka dyskretna, WN PWN, Warszawa 2000.</li> <li>2. R. L. Graham, D. E. Knuth, O. Patashnik, Matematyka konkretna, WN PWN, Warszawa 2001.</li> </ol>
---

## Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	5
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	8
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	12
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	20
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	10
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	20
Ogółem bilans czasu pracy		75
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		3



## Angielska terminologia w analizie matematycznej

### KARTA KURSU

Nazwa	Angielska terminologia w analizie matematycznej
Nazwa w j. ang.	English terminology in mathematical analysis

Koordynator	Dyrektor Instytutu Matematyki	Zespół dydaktyczny
		Pracownicy Instytutu Matematyki
Punktacja ECTS*	1	

#### Opis kursu (cele kształcenia)

Celem kursu jest przypomnienie i rozwinięcie znajomości angielskiego słownictwa matematycznego, głównie w zakresie analizy matematycznej, w stopniu ułatwiającym korzystanie z angielskojęzycznych tekstów matematycznych (podręczniki, monografie, artykuły naukowe).

#### Warunki wstępne

Wiedza	Podstawowe pojęcia matematyczne w zakresie matematyki szkolnej i matematyki wyższej w zakresie pierwszych lat studiów
Umiejętności	Umiejętność uważnego i krytycznego czytania tekstów matematycznych
Kursy	Analiza matematyczna

## Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 zna definicję ciągu liczbowego i jego granicy oraz podstawowe twierdzenia związane z tymi pojęciami, rozumie definicję granicy niewłaściwej oraz symboli nieoznaczonych, zna definicję szeregu liczbowego i podstawowe kryteria jego zbieżności, rozumie definicję szeregu zbieżnego bezwzględnie oraz szeregu zbieżnego warunkowo	K_W09
	W02 zna definicje i interpretacje geometryczną pochodnej funkcji jednej zmiennej oraz twierdzenia rachunku różniczkowego funkcji jednej zmiennej, dostrzega związek między różniczkowalnością a ciągłością funkcji	K_W10
	W03 zna definicję funkcji pierwotnej i całki nieoznaczonej oraz podstawowe twierdzenia rachunku całkowego	K_W11
	W04 zna podstawowe definicje i twierdzenia dotyczące ciągów i szeregów funkcyjnych (w tym kryteria zbieżności)	K_W12
	W05 zna definicję różniczki zupełnej, pochodnej kierunkowej i cząstkowej funkcji wielu zmiennych oraz regułę obliczania pochodnych cząstkowych funkcji złożonych, zna pojęcie i interpretację geometryczną ekstremum lokalnego funkcji wielu zmiennych oraz warunek konieczny i dostateczny na jego istnienie	K_W13
	W06 zna definicję całki wielokrotnej i jej podstawowe własności oraz metodę ich sprowadzania do całek iterowanych dla obszarów normalnych, zna zastosowania geometryczne całki wielokrotnej, zna definicje i podstawowe własności całek krzywoliniowych i powierzchniowych	K_W14
	W07 zna podstawowe pojęcia i twierdzenia dotyczące przestrzeni topologicznych oraz odwzorowań ciągłych i homeomorfizmów	K_W15
	W08 zna pojęcia i własności spójnych, zwartych i ośrodkowych przestrzeni topologicznych	K_W16
	W09 zna i rozumie pojęcia i twierdzenia dotyczące równań różniczkowych zwyczajnych oraz metody rozwiązywania wybranych typów równań pierwszego i drugiego rzędu, zna i rozumie rolę i znaczenie twierdzeń o istnieniu i jednoznaczności rozwiązań zagadnień początkowych	K_W17

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	U01 posługuje się w różnych kontekstach pojęciem zbieżności i granicy; potrafi obliczać granice ciągów i funkcji, potrafi definiować funkcje z wykorzystaniem przejść granicznych i opisywać ich własności, potrafi badać zbieżność bezwzględną i warunkową szeregów	K_U05
	U02 umie wykorzystać twierdzenia i metody rachunku różniczkowego funkcji jednej i wielu zmiennych w zagadnieniach związanych z optymalizacją, poszukiwaniem ekstremów lokalnych i globalnych oraz badaniem przebiegu zmienności funkcji, podając precyzyjne i ścisłe uzasadnienia poprawności swoich rozumowań	K_U06
	U03 potrafi zdefiniować całkę oznaczoną, całkę wielokrotną oraz podać geometryczne interpretacje tych całek, potrafi obliczać całki, wykorzystując podstawowe techniki ich obliczania (całkowanie przez części i przez podstawienie), umie zmieniać kolejność całkowania w całkach wielokrotnych; zna całkowe wzory na pola powierzchni gładkich i objętości niektórych brył	K_U07
	U04 rozpoznaje i określa najważniejsze własności topologiczne podzbiorów przestrzeni euklidesowej i przestrzeni metrycznych	K_U09
	U05 potrafi brać udział w debacie przedstawiając własne opinie i oceniać różne stanowiska na temat wybranych zagadnień matematycznych oraz praktycznych zastosowań modeli matematycznych	K_U29
	U06 posługuje się co najmniej jednym językiem obcym na poziomie średniozaawansowanym (B2)	K_U31
	U07 potrafi pracować zespołowo, przyjmując w niej różne role, jest świadomy znaczenia wysiłku zespołowego dla pomyślności różnych przedsięwzięć	K_U33

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Kompetencje społeczne	K01 wykazuje gotowość do wypełniania zobowiązań społecznych i uczestniczenia w działaniach na rzecz interesu publicznego związanych z charakterem pracy typowej dla absolwentów studiów na kierunku matematyka	K_K03
	K02 wykazuje gotowość odpowiedzialnego pełnienia ról zawodowych wymagających kompetencji zdobywanych w ramach studiów na kierunku matematyka	K_K05

Organizacja												
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach										
		A		K		L		S		P		E
Liczba godzin	0	10		0		0		0		0		0

## Opis metod prowadzenia zajęć

Dyskusja nad omawianym tekstem – praca zespołowa i indywidualna. Prezentacja tematów przygotowanych przez studentów,

## Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny*	Projekt grupowy*	Udział w dyskusji	Referat*	Praca pisemna (esej)*	Egzamin ustny**	Egzamin pisemny**	Inne
W01								X	X	X			X
W02								X	X	X			X
W03								X		X			X
W04								X	X	X			X
W05								X		X			X
W06								X	X	X			X
W07								X		X			X
W08								X	X	X			X
W09								X	X	X			X
U01								X	X	X			
U02								X	X	X			
U03								X		X			
U04								X		X			
U05								X		X			
U06								X		X			
U07								X					
K01								X					
K02								X					

\*,\*\* formy sprawdzania zostaną wybrane na początku semestru przez koordynatora i zespół dydaktyczny

Kryteria oceny	Podstawą zaliczenia jest aktywny udział w zajęciach.
----------------	--

Uwagi	Podstawą zaliczenia jest aktywny udział w zajęciach.
-------	--

## Treści merytoryczne (wykaz tematów)

Równania i nierówności, funkcje i ich własności, rachunek różniczkowy i całkowy
---

## Wykaz literatury podstawowej

A. Krukiewicz-Gacek, A. Trzaska, English for Mathematics (3. wydanie), Wydawnictwo AGH, Kraków 2012
---

## Wykaz literatury uzupełniającej

Fragmenty podręczników i monografii matematycznych, angielskojęzyczne strony internetowe.
---

## Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	0
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	10
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	0
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	10
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	5
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	0
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	0
Ogółem bilans czasu pracy		25
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		1